CIMAT

90DSI01 Sistemas Dinámicos I Noviembre 15, 2006

Tarea 12

Considere $f : \mathbb{T}^2 \to \mathbb{T}^2$ dada por

$$f\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 + \varepsilon \sin(2\pi\theta_1) \\ \theta_2 + \varepsilon \sin(2\pi\theta_2) \end{pmatrix},$$

con $0 < 2\pi\varepsilon < 1$ para que la acción de f en cada coordenada sea inyectiva y por lo tanto f sea un difeomorfismo. Cada variable θ_j es tomada mod(1).

1. Calcule los puntos periódicos de f, muestre que $\#\mathrm{Per}(f) < \infty$ y todo punto periódico es hiperbólico.
2. Pruebe que $\Omega(f) = \mathcal{R}(f) = \mathrm{Per}(f)$.
3. Calcule las variedades estables e inestables en $\mathbb{R}^2$ de los puntos periódicos y haga un diagrama de estas variedades en el cuadrado unitario $[0, 1] \times [0, 1]$.
4. Pruebe que las intersecciones de las variedades son transversales.
5. Qué puede decir sobre la estabilidad del difeomorfismo?

Fecha de entrega: Noviembre 22, 2006, en clase.