

CIMAT

90DSI01

Sistemas Dinámicos

Agosto 16, 2007

Tarea 1

El problema extra tendrá un valor variable en cada tarea, dependiendo de su dificultad. Si se resuelve completamente, los puntos asignados a dicho problema se podrán acumular para aumentar el promedio final de las tareas.

1. (3 pts.) Sea X un espacio métrico completo. Construya un ejemplo de una función $f : X \rightarrow X$ que satisfaga las siguientes condiciones:
 - (a) $d(f(x), f(y)) < d(x, y)$ para todo $x \neq y$,
 - (b) f no tiene un punto fijo, y
 - (c) $d(f^n(x), f^n(y)) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$, para ciertos $x, y \in X$.
2. (1 pt.) Suponga que (X, f) es un factor de (Y, g) por medio de la semiconjugación $\pi : Y \rightarrow X$. Por medio de un ejemplo muestre que la preimagen bajo π de un punto periódico de f no necesariamente contiene un punto periódico de g .
3. (1 pt.) Demuestre que $\mu(E_m^{-1}([a, b])) = \mu([a, b])$ para cualquier intervalo $[a, b] \subset [0, 1]$.
4. (2 pts.) Muestre que la semiconjugación $\varphi : \Sigma_m \rightarrow [0, 1]$ vista en clase es continua con respecto a la topología producto en Σ_m .
5. (3 pts.) Considere el sistema (S^1, E_3) y sea $K \subset [0, 1]$ el conjunto ternario de Cantor.
 - (a) Pruebe que $K = \{x \in [0, 1] : E_3^k(x) \notin]1/3, 2/3[\forall k \in \mathbb{N}_0\}$.
 - (b) Construya una semiconjugación $\pi : K \rightarrow [0, 1]$ tal que $E_3 \circ \pi = \pi \circ E_2$.

Problema extra, 3 puntos.

Muestre que R_α y R_β son conjugados por un homeomorfismo si y sólo si $\alpha = \pm\beta \pmod{1}$.

Fecha de entrega: Agosto 23, 2007 en clase.