

CIMAT

90DSI01

Sistemas Dinámicos

Agosto 30, 2007

Tarea 3

Cada problema tienen un valor de dos puntos.

1. Considere el sistema dinámico  $(S^1, E_m)$ ,  $|m| > 1$ .
  - (a) Calcule los exponentes de Lyapunov para cada  $x \in S^1$ .
  - (b) Demuestre que el sistema tiene dependencia sensitiva a condiciones iniciales.
2. Considere el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden

$$r' = \lambda r^2(1 - r), \quad \theta' = 1.$$

Para  $\lambda \in \mathbb{R}$ , calcule los conjuntos  $\alpha$  y  $\omega$  límite, donde

$$\omega(r, \theta) = \bigcup_{T \geq 0} \overline{\bigcap_{t \geq T} f^t(r, \theta)}, \quad \alpha(r, \theta) = \bigcup_{T \leq 0} \overline{\bigcap_{t \leq T} f^t(r, \theta)}.$$

3. Considere un sistema dinámico topológico  $(X, f)$  con  $X$  compacto. Demuestre lo siguiente:
  - (a) Si  $A \subset X$  es un conjunto mínimo, entonces  $A \subset \mathcal{R}^+(f)$ .
  - (b)  $\overline{\mathcal{R}(f)} \subset NW(f)$ .
4. Sea  $F : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$  un automorfismo hiperbólico del toro. Demuestre que  $\mathcal{R}(F)$  es denso y por lo tanto  $NW(F) = \mathbb{T}^2$  pero  $\mathcal{R}(F) \neq \mathbb{T}^2$ .
5. Construya un punto en  $\Sigma_2$  que pertenezca a  $\mathcal{R}^+(\sigma)$  pero no a  $\mathcal{R}^-(\sigma)$ . Demuestre que los puntos que satisfacen esta condición son densos en  $\Sigma_2$ .

Fecha de entrega: Septiembre 6, 2007 en clase.