CIMAT

90DSI01 Sistemas Dinámicos Septiembre 20, 2007

Tarea 6

Cada problema tienen un valor de dos puntos.

1. Calcule la entropía topológica del sistema (Σ_m, σ).

2. Considere la familia uniparamétrica de polinomios cuadráticos complejos $f_c(z) = (1-c)z^2$, para $c \in [0,1]$ y f_c actuando sobre $\overline{\mathbb{D}} \subset \mathbb{C}$. Denote por NW_c el conjunto no errante asociado a f_c. Calcule $h_{Top}(f_c|NW_c)$.

3. Sea $T(x)$ el mapeo de la tienda de campaña dado por

$$T(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 2(1-x) & \text{si } \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

   Calcule $h_{Top}(T)$.

4. Sea A una matriz de adyacencia de tamaño N. Demuestre que todo punto en el espacio Σ_A es no errante si y sólo si A es irreducible.

5. Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

   Defina una norma en $\mathbb{R}^2$ por $||v|| = |v_1| + |v_2|$ y $d(u,v) = ||u - v||$. Sea $\Delta = \{v : ||v|| = 1\}$ el simplex unitario en $\mathbb{R}^2$ y defina $\alpha : \Delta \to \Delta$ por $\alpha(v) = Av/||Av||$. Demuestre que en la métrica d, α es una contracción.

Problema extra: 2pts.
Sea M una variedad compacta y considere una función $f \in C^1(M)$. Demuestre que f es Lipschitz continua y su constante de Lipschitz, L_f coincide con $\sup_{x \in M} ||Df_x||$.

Fecha de entrega: Septiembre 27, 2007 en clase.