CIMAT

90DSI01 — Sistemas Dinámicos — Octubre 4, 2007

Tarea 7

Cada problema tiene un valor de dos puntos.

1. Demuestre que la matriz cuadrada de adyacencias A es irreducible si y sólo si el sistema (Σ_A^+, σ_A) es transitivo, donde
$$\Sigma_A^+ = \{\overline{x} = (x_0 x_1 \ldots) \mid a_{x_i, x_{i+1}} > 0\}.$$
2. Sea A una matriz cuadrada y $p(i)$ el período del vértice i. Demuestre que si A es irreducible, entonces $p(i) = p(j)$ para cualquier $i, j \in \{1, \ldots, N\}$.
3. Sea $f : [0,3] \to [0,3]$ una función lineal a trozos, determinada por $f(0) = 3,\ f(1) = 2,\ f(2) = 3$ y $f(3) = 0$.
   (a) Calcule una partición de Markov para f y su matriz de adyacencias correspondiente.
   (b) Calcule $h_{Top}(f)$.
4. Sea X un conjunto no contable, sea $\mathfrak{M}$ la colección de todos los conjuntos $A \subset X$ tales que A o A^c es a lo mas contable. Defina $\mu(A) = 0$ para el primer caso y $\mu(A) = 1$ para el segundo. Demuestre que $\mathfrak{M}$ es una σ-álgebra en X y que μ es una medida en $\mathfrak{M}$.
5. Demuestre que el espacio $X = [0,1] \times [0,1]$ con la medida de Lebesgue es medible-isomorfo al intervalo unitario $I = [0,1]$ con la medida de Lebesgue.

Fecha de entrega: Octubre 11, 2007 en clase.