Reguläre Kurvenscharen auf den Ringflächen.

Von

Hellmuth Kneser in Göttingen.

Einleitung.

Poincaré[1]) hat die durch rationale Differentialgleichungen erster Ordnung bestimmten Kurvenscharen mit topologischen Methoden untersucht. Seine Ergebnisse hat Dyck[2]) in verschiedenen Richtungen weiter ausgedehnt. Als einfachster Fall der Kurvenscharen auf Flächen sollen im folgenden die regulären Kurvenscharen auf geschlossenen Flächen unter ziemlich umfassenden Voraussetzungen eingehender untersucht werden. Die Ansätze sind der kombinatorischen Richtung der Analysis situs mehr angepaßt als die bisherigen; deshalb wird auch schon mehr oder weniger Bekanntes nochmals einheitlich abgeleitet. Es ist dies im wesentlichen der Satz des § 1, daß reguläre Kurvenscharen nur auf Ringflächen bestehen können, der ein Sonderfall der allgemeinen Singularitätenbeziehung[3]) von Dyck ist.

Mit diesem Satz, oder, bei Kurvenscharen mit Singularitäten, mit der Dyckschen Beziehung, ist nicht das letzte Wort gesagt. Wir fragen also nach den genaueren Eigenschaften der Kurvenscharen, die sich besonders in dem Auftreten oder Fehlen geschlossener Scharkurven kundgeben, und erhalten in den Ergebnissen des § 5 eine befriedigende Übersicht über die möglichen topologisch verschiedenen Fälle regulärer Scharen auf Ringflächen. Dort zeigt sich, daß auf der einseitigen Ringfläche allemal eine geschlossene Scharkurve vorhanden ist, und daß die Kurvenscharen ohne geschlossene Kurven mit dem nächstliegenden Beispiel in enger Beziehung stehen. Sind aber geschlossene Kurven vorhanden, so wird die Fläche durch sie in Teile zerlegt, die nur vier verschiedenen Typen angehören. Die wichtigste Hilfe leisten dabei die Sätze des § 4, die aus der Unmöglichkeit bestimmter Ope-

---

[1]) Journ. de math. (3) 7 (1881), S. 375 f., (3) 8 (1882), S. 251 f., (4) 1 (1885), S. 167 f.

[2]) Math. Ann. 32 (1888), S. 451 f.

[3]) A. a. O. [2]) S. 501.