CIMAT

90DSI01 | Sistemas Dinámicos | Octubre 23, 2008

Tarea 10

1. Sea $f : X \to X$ un sistema dinámico topológico, X métrico localmente compacto, separable. Demuestre que si $x \in X$ es un punto homoclínico transverso, entonces $x \in \mathrm{NE}(f)$ pero $x \notin R(f)$.

2. Demuestre que todo automorfismo hiperbólico del 2–toro,

   (a) Tiene dependencia sensitiva a condiciones iniciales.

   (b) Es topológicamente mezclante.

3. Utilizando las eigenlíneas estables e inestables de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

   construya una partición de Markov y la matriz de transición asociada para el automorfismo hiperbólico F_A. (cf. Katok & Hasselblat, págs. 84–86.)

Definiciones:

- Un sistema dinámico topológico $f : X \to X$ es *topológicamente mezclante* si para cualesquier par de abiertos no vacíos $U, V \subset X$, existe $N = N(U, V) \in \mathbb{N}$ tal que $f^k(U) \cap V \neq \emptyset$, para todo $k \geq N$.

- Un sistema dinámico topológico $f : X \to X$ tiene *dependencia sensitiva a condiciones iniciales* si existe un $\delta > 0$ tal que para todo punto $x \in X$ y todo $\varepsilon > 0$ existe un punto $y \in X$ con $|x - y| < \varepsilon$, y un $n \in \mathbb{N}$ tal que $|f^n(x) - f^n(y)| > \delta$.

Fecha de entrega: Octubre 30, 2008 en clase.