CIMAT

90DSI01 Sistemas Dinámicos Octubre 30, 2008

Tarea 11

1. Demuestre que la transversalidad es invariante bajo precomposición con difeomorfismos. Esto es, si $A \subset N$ es una subvariedad, $X \in T^r_A(M, N)$, $f \in \mathrm{Diff}^r(M, M)$ y $Y = X \circ f$, entonces $Y \in T^r_A(M, N)$.

   ¿Qué puede decir de la postcomposición $Y = g \circ X$, si $g \in \mathrm{Diff}^r(N, N)$?

2. Denote por $\mathcal{L}(\mathbb{R}^m)$ el espacio de todos los campos vectoriales lineales, y por $\mathcal{H}(\mathbb{R}^m)$ los campos vectoriales lineales hiperbólicos. Utilizando las formas canónicas de Jordan, demuestre que $\mathcal{H}(\mathbb{R}^m)$ es un conjunto abierto en $\mathcal{L}(\mathbb{R}^m)$.

3. Sea $f : M \to M$ un difeomorfismo clase C^r y $p \in M$ un punto fijo de f. Denotamos por

$$\Delta = \{(x, x) \mid x \in M\}, \quad \mathfrak{G}(f) = \{(x, f(x)) \mid x \in M\}$$

   la diagonal en $M \times M$ y la gráfica de f, respectivamente. Demuestre que $\mathfrak{G}(f) \pitchfork_p \Delta$ en $M \times M$ si y sólo si p es elemental.

4. Sea $f : M \to M$ un difeomorfismo clase C^r sobre una variedad compacta M. Defina

$$G_0 := \{f \in \mathrm{Diff}^r(M) \mid f \text{ tiene puntos fijos elementales}\}.$$

   Demuestre que G_0 es un conjunto abierto y denso en el espacio $\mathrm{Diff}^r(M)$.

Definiciones:

- Un difeomorfismo $f : M \to M$ tiene un punto fijo *elemental* en $p \in M$ si $f(p) = p$ y $1 \notin \mathrm{Spec}(df_p)$.

Fecha de entrega: Noviembre 6, 2008 en clase.