CIMAT

90DSI01 | Sistemas Dinámicos | Agosto 21, 2008

Tarea 2

1. Sea $Homeo([0,1])$ es espacio de homeomorfismos del intervalo en sí mismo con la topología $C^0$-uniforme

$$f_n \to f \text{ sii } f_n \twoheadrightarrow f,\ f_n^{-1} \twoheadrightarrow f^{-1}.$$

Considere la propiedad $\mathcal{P}$: "$f \in Homeo([0,1])$ tiene un número finito de puntos fijos". Es $\mathcal{P}$ genérica?

2. Demuestre que si $\Phi \in \mathfrak{X}^r(M)$ es un campo vectorial gradiente, entonces $\Phi$ no tiene órbitas periódicas.

3. De un ejemplo de un campo vectorial de clase $C^\infty$ sobre $\mathbb{T}^n = S^1 \times \ldots \times S^1$ tal que todas sus órbitas son densas en $\mathbb{T}^n$.

4. Utilizando la ecuación diferencial $c'(t) = f(c(t))$ en $\mathbb{R}^m$ que induce $\gamma'(t) = \Phi(\gamma(t))$ en $TM$, demuestre lo siguiente:

   Si $\Phi \in \mathfrak{X}^r(M)$ es completo, $r \geq 1$, entonces

   (a) Para cada $p \in M$ existe una curva integral $\gamma(t) = \gamma_p(t)$ tal que $\gamma_p(0) = p$.

   (b) Si $\varphi_t(p) = \varphi(t,p) := \gamma_p(t)$ con $\varphi(0,p) = p$, entonces $\varphi : M \times \mathbb{R} \to M$ es de clase $C^r$.

   (c) Para todo $t \in \mathbb{R}$, $\varphi_t : M \to M$ es un difeomorfismo.

Fecha de entrega: Agosto 28, 2008 en clase.