

Mapeos Casiconformes y Dinámica Holomorfa**Información General:**

Reuniones: Martes y Jueves 9.30 – 10.50

Salón: K6

Instructora: Mónica Moreno Rocha

Oficina y Extensión: D-3, 49638

Correo Electrónico: mmoreno@cimat.mx

Página del curso: <http://www.cimat.mx/~mmoreno/teaching/>

Prerequisitos: Es indispensable haber cursado Análisis I, Variable Compleja y tener conocimientos básicos de Teoría de la Medida. Es altamente recomendable cierta familiaridad con los Sistemas Dinámicos y Ecuaciones Diferenciales.

Descripción: Este es un curso diseñado para estudiantes de matemáticas a nivel posgrado y estudiantes avanzados de licenciatura.

Nuestro objetivo principal es dar una introducción formal a la teoría de *mapeos casiconformes* y estudiar sus aplicaciones en la teoría de Sistemas Dinámicos. Un mapeo casiconforme es un mapeo diferenciable c.t.p. definido sobre un dominio plano a otro dominio plano, y donde su Jacobiano tiene excentricidad acotada (esto es, el cociente entre el eigenvalor mayor y menor es acotado). En este sentido, mapeo casiconforme representa una generalización de un mapeo conforme, ya que éste último tiene excentricidad constante igual a 1.

La relación entre los mapeos casiconformes y la Dinámica Holomorfa a originado contribuciones en ambas áreas. Uno de los resultados más celebrados en la Dinámica Holomorfa es el Teorema de Dominios no Errantes (Sullivan, 1985). Parte central de la demostración está basada en la deformación de una función racional por conjugaciones de mapeos casiconformes. Por otro lado, la estimación de la distorsión de área de un mapeo casiconforme fue obtenida por Astala (1994) utilizando la teoría de Movimientos Holomorfos (Mañé, Sad y Sullivan, 1983).

El curso se divide en dos partes. Primero estudiaremos la teoría básica de mapeos casiconformes, contrastando sus definiciones analíticas y geométricas. Estudiaremos también su relación con la ecuación de Beltrami y finalizaremos con el Teorema Medible de Riemann. La segunda parte consistirá en presentaciones de artículos de investigación por parte de los participantes, donde se aplique la Teoría Casiconforme a la solución de problemas en la Dinámica Holomorfa. Algunos temas a considerarse son: deformaciones casiconformes en componentes de Fatou, estabilidad estructural, cirugía casiconforme, renormalización y caracterización topológica de funciones racionales.

Textos Recomendados:

- *Lectures on Quasiconformal Mappings*, L. V. Ahlfors. Univ. Lect. Series, 38, AMS, 2006.
- *Quasiconformal Mappings in the Plane*, O. Lehto & K. I. Virtanen. Springer, 126, 1973.
- *Complex Dynamics*, L. Carleson & T. W. Gamelin. Springer, 1993.

Evaluación: Tareas 40%. Exposiciones y trabajo final, 40% y 20% respectivamente.

Sobre las tareas:

Habrán diez tareas en total durante el semestre, de las cuales, *sólo las mejores ocho* serán tomadas en cuenta para calcular el 40% de la calificación total.

Sobre el trabajo y exposiciones:

Cada estudiante expondrá un artículo de investigación como trabajo final y tendrá al menos dos sesiones de 80 minutos para exponer los resultados del artículo. Las sesiones serán programadas en Noviembre. Además, el estudiante entregará un manuscrito con un resumen del artículo presentado, el cual deberá de ser lo más concreto posible (diez páginas son recomendables) y ser escrito en $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$.

Temario

1. **El problema de Grötzsch.**
2. **Definición geométrica de mapeos casiconformes.**
3. **Propiedades analíticas de mapeos casiconformes.**
4. **Ecuación de Beltrami y Teorema Medible de Riemann.**
5. **Aplicaciones en la Dinámica Holomorfa:** deformaciones casiconformes en componentes de Fatou, estabilidad estructural y λ -lema, cirugía casiconforme, caracterización topológica de funciones racionales de Thurston, renormalización.