CIMAT

90SSD01 | Mapeos Casiconformes y Dinámica Holomorfa | Septiembre 14, 2010

Tarea 3

1. Demuestre que la expresión
$$n\left(\int_a^{a+\frac{1}{n}}\varphi(x+iy)dx-\int_{\zeta-\frac{1}{n}}^{\zeta}\varphi(x+iy)dx\right),$$
converge a $\varphi(a+iy)-\varphi(\zeta+iy)$ cuando $n\to+\infty$.

2. Demuestre que la función de Cantor $f:[0,1]\to[0,1]$ tiene derivada $f'(x)=0$ para casi todo punto en $[0,1]$, sin embargo, no es absolutamente continua sobre ese intervalo.

3. Defina la extensión de la función de Cantor a todo $\mathbb{R}$ por
$$\tilde{f}(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x\leq 0\\ f(x) & \text{si } 0\leq x\leq 1\\ 1 & \text{si } 1\leq x.\end{cases}$$
Defina $F:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ por $F(x+iy)=x+i(y+\tilde{f}(x))$. Demuestre que F es un homeomorfismo que preserva orientación, $\partial_z F(x+iy)=1$ y $\partial_{\bar{z}}F(x+iy)=0$ para todo $x+iy\in\mathbb{C}-(\Lambda+i\mathbb{R})$.

   Concluya que F no es absolutamente continua sobre líneas.

4. Sea $f:U\to V$ un homeomorfismo, diferenciable en casi todo $z\in U$ y tal que $f_{\bar{z}}\equiv 0$ c.t.p. de U. ¿Es f necesariamente conforme? Justifique su respuesta.

5. Demuestre que todo homeomorfismo $f:U\to V$ que es ACL y donde $f_{\bar{z}}\equiv 0$ en c.t.p. de U es conforme.

Fecha de entrega: Septiembre 28, 2010 en clase.