CIMAT

90SSD01 | Mapeos Casiconformes y Dinámica Holomorfa | Octubre 5, 2010

Tarea 4

1. Dada la forma cuadrática $ds^2(z) = Edx^2 + 2Fdxdy + Gdy^2$, deduzca su forma compleja
$$ds^2(z) = \gamma(z)|dz + \mu(z)d\bar{z}|^2,$$
y verifique que $\gamma(z) > 0$, $|\mu(z)| < 1$ para casi toda z.

2. Dado un punto $p = (x, y) \in \mathbb{D}$, suponga que la familia de elipses concéntricas E_p está definida por la ecuación canónica
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = c^2.$$
Calcule la estructura conforme asociada a E_p. Además, defina una función $p \mapsto E_p$ que sea medible e *interesante*, de tal forma que determine un campo de elipses $\mathcal{E}_{\mathbb{D}}$ bien definido.

3. Demuestre que la clase conforme de la forma cuadrática diferencial
$$\left| dz + \frac{z^2}{|z|} d\bar{z} \right|^2,$$
no tiene dilatación acotada. Represente esquemáticamente el campo de elipses que define ésta forma sobre $\mathbb{D}$.

4. Sean $U, V \subset \mathbb{C}$ dos dominios planos, $\sigma_0(V)$ la estructura conforme estándar de $\mathbb{C}$ restringida en V y $f : U \to V$ un mapeo casiconforme (en cualquiera de sus definiciones). Demuestre que $f^*(\sigma_0(V))$ es la estructura conforme estándar restringida en U si y sólo si f es conforme.

Fecha de entrega: Octubre 12, 2010 en clase.