CIMAT

90SSD01 | Mapeos Casiconformes y Dinámica Holomorfa | Octubre 12, 2010

Tarea 5

1. Sean $(X, \mathcal{A})$ y $(Y, \mathcal{B})$ superficies de Riemann junto a sus atlas analíticos. Suponga que existe un homeomorfismo casiconforme $f : X \to Y$ tal que para $\sigma_0(Y)$ (la estructura conforme estándar sobre Y),

$$f^*(\sigma_0(Y)) = \sigma.$$

Demuestre que $(f^{-1})^*\sigma = \sigma_0(Y)$.

2. Demuestre que no existe un homeomorfismo casiconforme entre el disco unitario abierto y el plano complejo.

3. La estructura conforme definida en el problema 3 de la Tarea 4,

$$\sigma_u = [ds_u^2(z)] = \left[\left| dz + \frac{z^2}{|z|} d\bar{z} \right|^2 \right]$$

no tiene dilatación acotada con respecto a $\sigma_0(\mathbb{D})$. Sin embargo, es posible demostrar lo siguiente.

   (a) $ds_u^2(z)$ es continua con respecto a $z \in \mathbb{D}$.

   (b) Sobre compactos de $\mathbb{D}$, σ_u tiene dilatación acotada con respecto a $\sigma_0(\mathbb{D})$.

   (c) σ_u es *integrable*. Esto es, existe un homeomorfismo $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ que es *conforme* y satisface

$$f^*(\sigma_0(\mathbb{C})) = \sigma_u.$$

Fecha de entrega: Octubre 19, 2010 en clase.