

CIMAT

90SSD01

Mapeos Casiconformes y
Dinámica Holomorfa

Octubre 21, 2010

Tarea 6

1. Sea X un conjunto compacto removible y U una vecindad de X . Demuestre que toda aplicación casiconforme $h : (U - X) \rightarrow \mathbb{C}$ admite una extensión casiconforme sobre X .

2. Demuestre que todo conjunto removible tiene área cero.

Sugerencia: si el conjunto removible tuviese área no nula, es posible definir una estructura conforme sobre él.

3. Utilizando el *Criterio de Removibilidad*, determine si $\Lambda \subset [0, 1]$ (el conjunto ternario de Cantor) es removible.

4. Denote por Möb el grupo de transformaciones de Möbius sobre $\overline{\mathbb{C}}$. Demuestre que Möb no forma una familia normal en cualquier subdominio de la esfera de Riemann.

Sugerencia: toda transformación de Möbius puede representarse como una composición de $z \mapsto z + \alpha$, $z \mapsto 1/z$ y $z \mapsto \beta z$, con $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

Criterio de Removibilidad

Suponga X es un conjunto de Cantor que satisface la siguiente propiedad. Existe un $\eta > 0$ tal que para cualquier punto $z \in X$, existe una sucesión de anillos disjuntos y anidados $A_n(z) \subset \mathbb{C} - X$ que rodean a z y tales que

$$\text{mod}(A_n(z)) \geq \eta.$$

Entonces X es removible.

Lectura: Del libro de L. Carleson & T. Gamelin (*Complex Dynamics*), lean la sección 2 del capítulo III sobre propiedades del conjunto de Julia.

Fecha de entrega: Octubre 28, 2010 en clase.