CIMAT

90CVO01 Variable Compleja Noviembre 20, 2014

Bloque de ejercicios 9

1. Para un dominio arbitrario $\Omega \subset \mathbb{C}$, define la familia de funciones

$$\mathcal{F} = \{f : \Omega \to \mathbb{C} \mid f \text{ holomorfa y } \operatorname{Re}(f(z)) > 0 \ \forall z \in \Omega\}.$$

   Demuestra que $\mathcal{F}$ es normal, pero no es compacta.

2. Muestra que el Teorema de Montel no tiene equivalente en el conjunto de funciones $\mathbb{R}$-diferenciables dando un ejemplo de una familia de funciones

$$\mathcal{F} = \{f : \Omega \subset \mathbb{C} \to \mathbb{C} \mid f \text{ real diferenciable}\}$$

   uniformemente acotada en compactos de Ω y que no es normal.

3. Si $\mathcal{F}$ es una familia normal de funciones holomorfas $f : \Omega \to \mathbb{C}$ para algún dominio $\Omega \subset \mathbb{C}$ no vacío, ¿es verdad que $\mathcal{G} = \{f' : \Omega \to \mathbb{C} \mid f \in \mathcal{F}\}$ es necesariamente una familia normal?

4. Demuestra que no existe un isomorfismo de grupos entre cada uno de los grupos $PSL(2, \mathbb{C})$, $PSL(2, \mathbb{R})$ y $L(\mathbb{C}) = \{z \mapsto az + b \mid a, b \in \mathbb{C}, a \neq 0\}$.

Fecha de entrega: noviembre 27, en clase.