FAMAT

MAT101 | Matemáticas Elementales y Elementos de Geometría | Abril 14, 2008

Tarea 10

Cada problema tiene un valor de 1.25 punto y se califica sobre 10 puntos.

1. Demuestra que $Q = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}$ con la operación producto entre cuaterniones, es un subgrupo no abeliano de orden 8 de $\mathbb{H}$.
2. Demostrar que si $f^k(a) = a$ entonces para todo $t \in \mathbb{Z}$, $f^{tk}(a) = a$.
3. Sea $G = \{f : [0,1] \to \mathbb{R}\}$ con la operación $f + g$ dada por $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ para todo $x \in [0,1]$. Si $N = \{f \in G \mid f(1/4) = 0\}$, demuestra que $G/N \simeq \mathbb{R}^+$ con la adición sobre los reales.
4. Para la prueba del Tercer Teorema de homomorfismos, demostrar que $K(\psi) \subset N$.
5. Si $\varphi : G \to G'$ es un endomomorfismo y $N \triangleleft G$, demuestra que $\varphi(N) \triangleleft G'$.
6. Sea G un grupo finito y supongamos que 2 divide el orden de G. Demuestra que existe un elemento $a \in G$, $a \neq e$ y tal que $a^2 = e$.
7. Demuestra que un grupo de orden 35 es cíclico.
8. Si G y H son dos grupos, demuestra que $G \times H \simeq H \times G$.

Fecha de entrega: Abril 21, 2008 en clase.