FAMAT

MAT101	Matemáticas Elementales y Elementos de Geometría	Mayo 6, 2008

Tarea 12

Cada problema tiene un valor de 1.25 punto y se califica sobre 10 puntos.

1. Sea $\varphi : R \to R'$ un endomorfismo y asume que $1 \in R$. Demuestra que $\varphi(1)$ es el elemento unitario en R'.
2. Da una demostración del 1er. teorema de homomorfismos para anillos.
3. Demuestra que todos los ideales de $\mathbb{Z}$ son de la forma $I_n = \{kn \mid k \in \mathbb{Z}\}$ para algún $n \in \mathbb{Z}$ dado.
4. Sean m, n dos enteros tales que $(m, n) = 1$. Sean I_m e I_n los ideales sobre $\mathbb{Z}$ definidos anteriormente. Usando el problema 10 de la tarea 11, demuestra que existe un isomorfismo entre $\mathbb{Z}/I_{mn}$ y $\mathbb{Z}/I_m \oplus \mathbb{Z}/I_n$.
5. Sea R el anillo de los racionales con *denominador* (en su forma reducida) no divisible por $p =$ número primo. Sea $I \subset R$ con *numeradores* (en su forma reducida) divisibles por p. Demuestra que I es un ideal de R y $R/I \simeq \mathbb{Z}_p$.
6. Sea $R = \{a+ib \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ un subanillo de $\mathbb{C}$ y considera $M = (2+i) = \{z(2+i) \mid z \in R\}$ el ideal visto en clase. Demuestra que M es ideal maximal de R.
7. Para R y M definidos anteriormente, demuestra que $R/M \simeq \mathbb{Z}_5$.
8. Sea R el anillo de las matrices 2×2 con entradas en $\mathbb{R}$. Demuestra que R sólo tiene por ideales a $\{\mathcal{O}\}$ y R, donde

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Fecha de entrega: Mayo 13, 2008 en clase.