

FAMAT

MAT101

Matemáticas Elementales y  
Elementos de Geometría

Febrero 11, 2008

Tarea 3

Cada problema tiene un valor de un punto y se califica sobre 10 puntos.

1. Encontrar la nueva ecuación si los ejes coordenados son girados por el ángulo indicado.
  - (a)  $x^2 + 3xy + y^2 = 2$ , con  $\theta = \pi/4$ .
  - (b)  $x^2 - \sqrt{3}xy + 2y^2 = 3$ , con  $\theta = 30^\circ$ .
2. ¿A qué punto debe trasladarse el origen para eliminar el coeficiente de  $x$  en la ecuación  $x^2 + 4x - 4y + 12 = 0$ ?
3. Verificar que la distancia entre dos puntos no se altera por una rotación o por una la translación del origen al punto  $(h, k)$ .
4. Encontrar la ecuación de la elipse si la suma de las distancias de un punto  $P$  sobre la elipse a los focos  $F_1 = (2, 3)$  y  $F_2 = (5, -1)$  es 7. Hacer un dibujo de la elipse representado los vértices, focos, centro y los ejes mayor y menor.
5. Demostrar que si dos elipses tienen la misma excentricidad, entonces las longitudes de sus semiejes mayor y menor son proporcionales.
6. La ecuación de una familia de elipses está dada por  $kx^2 + 4y^2 + 6x - 8y - 5 = 0$ . Encontrar las ecuaciones de los elementos de la familia que tienen por excentricidad  $e = 1/2$ .
7. El centro de una hipérbola estén el origen y su eje transverso sobre el eje  $Y$ . Si un foco está en  $(0, 5)$  y  $e = 3$ , encuentre la ecuación de la hipérbola y la longitud del lado recto.
8. Si  $k$  es un número distinto de cero, demostrar que  $3x^2 - 3y^2 = k$  representa una familia de hipérbolas con excentricidad  $\sqrt{2}$ .
9. Demostrar que dos hipérbolas conjugadas tienen las mismas asíntotas.  
**(continua...)**

10. Demostrar que si los coeficientes  $A$  y  $C$  difieren en signo, entonces  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  representa una hipérbola de ejes paralelos a los coordenados, o un par de rectas que se cortan.

Fecha de entrega: Febrero 18, 2008 en clase.