

FAMAT

MAT101

Matemáticas Elementales y  
Elementos de Geometría

Marzo 3, 2008

Tarea 6

Cada problema tiene un valor de 1.0 puntos y se califica sobre 10 puntos.

1. Estudiar y trazar la superficie cuadrática

$$9x^2 - 4y^2 - 4z^2 = 36.$$

por medio de intercepciones, simetrías, trazas y secciones.

2. Transformar la ecuación de superficie esférica  $x^2 + y^2 + z^2 = 4y$  en coordenadas esféricas.
3. Dada la ecuación de la directriz  $C : x^2 - y^2 = 1, z = 0$ , y los número directores de la generatriz  $L : \{0, 2, -1\}$ , encuentre la ecuación de la superficie cilíndrica.
4. Transforme la ecuación  $y^2 = 4z$  en coordenadas cilíndricas y trace su gráfica.
5. Sea  $y = x^3, z = 2$  la ecuación de la directriz y sea  $V = (0, 0, 0)$  el vértice de una superficie cónica. Encuentre su ecuación y trace la gráfica.
6. Demuestre lo siguiente:

Dada la curva generatriz  $G$  contenida en el plano  $XY$  y con ecuaciones  $f(x, y) = 0, z = 0$ , y dado el eje de rotación  $Y$ , la ecuación de la superficie de revolución está dada por

$$f(\pm\sqrt{x^2 + z^2}, y) = 0.$$

7. Utilice el resultado del inciso anterior para encontrar la ecuación de la superficie de revolución generada al rotar  $xy = 1, z = 0$  alrededor del eje  $Y$ . Bosqueje su gráfica.
8. ¿Puede generarse el toro (dado en la figura de la siguiente página) como una superficie de revolución? Si es así, encuentra la generatriz y el eje de rotación y justifica tus argumentos.

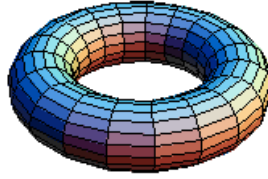


Fig. 1: El toro.

9. Sea  $C$  subconjunto de  $S$  y denotemos por  $C'$  el complemento de  $C$  en  $S$ . Demuestre las Leyes de Morgan: si  $A$  y  $B$  son subconjuntos de  $S$ , entonces
  - (a)  $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ,
  - (b)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$ .
10. Demuestre que un conjunto de  $n$  elementos tiene  $2^n$  subconjuntos.

Fecha de entrega: Marzo 10, 2008 en clase.