CIMAT

90EDO01	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	Febrero 19, 2009

Tarea 4.1

1. Usando series de potencia:

   (a) Calcule la solución general de la ecuación

   $$(x^2-4)y'' + 3xy' + y = 0,$$

   y determine también una solución particular para $y(0) = 4$ y $y'(0) = 1$.

   (b) Encuentre formalmente la solución general de la ecuación

   $$x^2y' = y - x - 1.$$

   Calcule el radio de convergencia de la solución obtenida e interprete el resultado.

2. Concluya la demostración del teorema de existencia para ecuaciones con coeficientes analíticos, probando que la serie $\sum_{k=0}^{\infty} d_k x^k$, converge para todo $|x| < r_0$.

3. Generalizando el método para la ecuación Euler–Cauchy, encuentre todas las soluciones de la ecuación $x^3y''' + 2x^2y'' - xy' + y = 0$ cuando $x > 0$.

4. Sea $f : E \to E$ continua y uniformemente acotada en E. Suponga que para cada $n \in \mathbb{N}$, existen soluciones $x_n : [0,1] \to E$ de la ecuación $x' = f(x)$. Si $\{x_n(0)\}_{n\in\mathbb{N}}$ es una sucesión convergente, demuestre que existe *una subsucesión* convergente $x_{n_k} \rightrightarrows x^*$ y $x^* : [0,1] \to E$ es solución de la ecuación diferencial.

5. Utilice el problema anterior y el teorema fundamental de existencia y unicidad de soluciones para demostrar la continuidad de las soluciones con respecto a las condiciones iniciales.

Fecha de entrega: **Marzo 5**, 2009 en clase.