

Tarea 6.0

1. Sea $\{\varphi_t\}$ un grupo uniparamétrico de difeomorfismos definidos sobre W .
 - (a) Demuestre que existe una ecuación diferencial cuyo flujo es φ_t .
 - (b) ¿Pueden dos ecuaciones diferenciales tener el mismo flujo? Explique.
2. Considere la ecuación diferencial $x' = x^n$, con $n \geq 1$ y $x(t_0) = x_0$. Determine directamente (*i.e.*, revisando cada propiedad de la definición de flujo), para que valores de n las soluciones de la ecuación diferencial determinan un flujo clase C^1 .
3. Proporcione una demostración detallada del siguiente teorema de existencia y unicidad local para ecuaciones diferenciales no autónomas.

Teorema 1: Sea $W \subset \mathbb{R} \times E$ abierto y $f : W \rightarrow E$ un mapeo continuo y Lipschitz en la variable x . Si $(t_0, u_0) \in W$, existe un intervalo abierto J que contiene a t_0 y una única solución de

$$x'(t) = f(t, x), \quad x(t_0) = u_0,$$

definida en J .

4. Proporcione una demostración detallada del siguiente teorema de existencia y unicidad local para operadores lineales.

Teorema 2: Sea $A : J \rightarrow L(E)$ un mapeo continuo sobre un intervalo J no vacío, con $t_0 \in J$. Si $(t_0, u_0) \in J \times E$, entonces el problema de valor inicial

$$x' = A(t)x, \quad x(t_0) = u_0,$$

tiene una única solución definida y continua para toda $t \in J$.

Fecha de entrega: Marzo 24, 2009 en clase.