CIMAT

90EDO01 | Ecuaciones Diferenciales Ordinarias | Marzo 26, 2009

Tarea 8.0

1. Demuestre el teorema de equivalencias para fuentes lineales descrito en clase.

2. En la definición de punto de equilibrio asintóticamente estable, se requiere

   (a) $\bar{x}$ sea un punto de equilibrio estable.

   (b) Para toda solución $x(t)$ con $x(0) \in U_1$, $x(t) \to \bar{x}$ cuando $t \to +\infty$.

   ¿ Se puede deducir la condición (a) de la (b)? Proporcione una demostración o un contraejemplo.

3. Sea $x(t)$ solución de $x' = f(x), f \in \mathfrak{X}^1(\mathbb{R}^n)$. Demuestre que los conjuntos $\omega(x(t))$ y $\alpha(x(t))$ son cerrados e invariantes bajo el flujo.

4. Sea $f(x) \in \mathfrak{X}^1$ el campo vectorial que obtuvo en el problema 4 de la tarea 7. Demuestre que $\bar{x} = 0$ es asintóticamente estable encontrando una función de Liapunov estricta.

5. Demuestre el siguiente teorema de inestabilidad

   > Sea $\bar{x}$ un punto de equilibrio no lineal y $V : U(\bar{x}) \to \mathbb{R}$ una función clase C^1. Suponga que $V(\bar{x}) = 0$ y $\dot{V} > 0$ en $U(\bar{x}) \setminus \{\bar{x}\}$. Si $V(x_n) > 0$ para alguna sucesión $x_n \to \bar{x}$, entonces $\bar{x}$ es inestable.

Definición: Sea $x(t)$ una solución definida para todo $t \in \mathbb{R}$.

- El conjunto *omega–límite* de $x(t)$, denotado $\omega(x(t))$, se define como el conjunto de todos los $b \in W$ para los cuales existe una sucesión $t_n \to +\infty$ y donde $x(t_n) \to b$ cuando $n \to \infty$.

- Similarmente el conjunto *alfa–límite*, o $\alpha(x(t))$, son los puntos $a \in W$ para los cuales existe una sucesión $t_n \to -\infty$ y donde $x(t_n) \to a$ cuando $n \to \infty$.

Fecha de entrega: Abril 16, 2009 en clase.