CIMAT

90DSI02 Dinámica Racional Abril 23, 2010

Tarea 10

1. Dada la ecuación canónica de la elipse

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1,$$

determine la transformación $\mathbb{R}$–lineal L, el coeficiente de Beltrami μ_L y la dilatación K_L que genera dicho lugar geométrico. ¿Es L única?

2. Considere la forma cuadrática positiva

$$ds^2(z)=adx^2+2bdxdy+cdy^2,$$

con a,b,c constantes que satisface $a>0, b^2-ac<0$. Demuestre que las curvas de nivel $ds^2=r\geq 0$ determinan una familia de elipses en el espacio tangente $T_z\mathbb{C}$ que sólo difieren por escalamiento al variar r.

3. Sean f y g dos funciones definidas en todo $\mathbb{C}$ y suponga que ambas son casiconformes. Demuestre que

   (a) $f\circ g$ es de nuevo casiconforme.

   (b) Su coeficiente de Beltrami es

   $$\mu_{f\circ g}=\frac{e^{-2i\alpha}\mu_f\circ g+\mu_g}{1+e^{-2i\alpha}(\mu_f\circ g)\overline{\mu_g}},$$

   para Lebesgue–casi todo z en $\mathbb{C}$ y con $\alpha=\alpha(z)=\mathrm{Arg}(g_z(z))$.

   (c) Si g es conforme, entonces

   $$\mu_{f\circ g}=\frac{\overline{g'}}{g'}\mu_g\circ g.$$

   Y si f es conforme, entonces $\mu_{f\circ g}=\mu_g$.

Fecha de entrega: Abril 30, 2010 en clase.