CIMAT

90DSI02 Dinámica Racional Abril 30, 2010

Tarea 11

1. Sea $V \subset \mathcal{F}(f)$ un dominio errante que satisface las hipótesis del Lema de Baker. Denote por σ_{V_0} una estructura conforme, medible y acotada dada por
$$\sigma_{V_0} = \left[|dz + \mu(z) d\bar{z}|^2 \right],$$
con $\mu : V_0 \to \mathbb{R}^+$ medible y $||\mu||_\infty < 1$. Denote por $\sigma_{\mathcal{GO}(V_0)}$ la estructura extendida a lo largo de la órbita máxima de V_0 (como se definió en clase). Calculando directamente la norma de $\mu_{\mathcal{GO}(V_0)}$ demuestre que $\sigma_{\mathcal{GO}(V_0)}$ sigue siendo una estructura acotada.

2. Dado $\delta > 0$, considere las aplicaciones
$$\omega(z) = \begin{cases} \delta^2 \exp\left(\frac{\delta^2}{z^2 - \delta^2}\right) & \text{para } |z| < \delta, \\ 0 & \text{para } |z| \geq \delta. \end{cases}$$
Esta aplicación es C^∞ y satisface $0 \leq \omega \leq \delta^2/e$ y $|\omega'| \leq 8\delta/e^2$ (no hay que verificarlo).

   Dado $N \in \mathbb{N}$, considere la partición del intervalo $[0, \pi]$ dada por
$$0 = \alpha_0 < \alpha_1 < \ldots < \alpha_N < \alpha_{N+1} = \pi.$$
   Para $0 < \delta < \min(\alpha_{j+1} - \alpha_j)/2$ y $\lambda = (\lambda_0, \ldots, \lambda_{N+1}) \in \mathbb{R}^{N+2}$, defina
$$\Omega(\theta, \lambda) = \sum_{j=1}^{N} \lambda_j \omega(\theta - \alpha_j),$$
   (a) Verifique que
$$|\partial_\theta \Omega| \leq \frac{8\delta}{e^2} \max |\lambda_j|.$$
   (b) Definiendo $\psi(z, \lambda) = z \exp(i\Omega(\theta, \lambda))$ en $0 \leq \operatorname{Arg}(z) = \theta < 2\pi$, demuestre que $\psi(z, \lambda)$ es un homeomorfismo de $\mathbb{D}$ sobre sí mismo.

3. Denote por Rat_d que el espacio de todas las funciones racionales de grado d con $d \geq 2$. Demuestre que la dimensión compleja de Rat_d es $2d + 1$.

Fecha de entrega: **Mayo 12**, 2010 en clase.