CIMAT

90DSI02 | Dinámica Racional | Febrero 19, 2010

Tarea 3

1. Demuestre que $\mathcal{J}(f)$ es conexo si y sólo si, cada componente del conjunto de Fatou es simplemente conexa.

2. Demuestre la Proposición 2.2.1.:

   > El origen es un punto fijo geométricamente atractor para f si y sólo si, existe un abierto $U = U(0)$ tal que f^n está definida en U para toda n y
   >
   > $$f^n(z) \rightrightarrows 0,$$
   >
   > para toda $z \in U$.

3. Demuestre el Teorema de Linearización Global de Kœnigs haciendo uso del mismo resultado en su versión local:

   > Sea $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$, $z_0 = f(z_0)$ y con multiplicador $0 < |\lambda| < 1$. Si $\mathcal{A}$ denota la cuenca de atracción de z_0, existe una linearización $\varphi : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ tal que $\varphi(z_0) = 0$, $\varphi(f(z)) = \lambda\varphi(z)$ y φ es biholomorfa en una vecindad de z_0. Además, φ es única salvo por una constante multiplicativa.

Teorema de Linearización Local de Kœnigs:
Si el multiplicador λ satisface $|\lambda| \neq 0, 1$, existe un cambio de coordenadas localmente conforme $w = \varphi(z)$ que satisface $\varphi(0) = 0$ y

$$\varphi \circ f \circ \varphi^{-1}(w) = \lambda w, \quad \text{para} \quad |w| < r.$$

Mas aún, φ es única excepto por una constante multiplicativa no nula.

Fecha de entrega: Febrero 26, 2010 en clase.