CIMAT

90DSI02 Dinámica Racional Marzo 12, 2010

Tarea 6

1. Determine todos los polinomios de grado 3 (salvo conjugaciones) que tiene exactamente un dominio de Leau (pétalo atractor) y exactamente un dominio de Schröder. Sugerencia: tarea 5, problema 4.

2. Demuestre que la aplicación $\alpha : \mathcal{P} \to \mathbb{C}$ definida por
$$\alpha(z) = \begin{cases} \beta \circ \varphi(z) & \text{si } \psi_j(\mathbb{H}_R) = \mathcal{P} \\ \beta \circ \varphi(f^k(z)) - k & \text{si } \psi_j(\mathbb{H}_R) \subset \mathcal{P} \end{cases}$$
es un encaje conforme que satisface la ecuación funcional de Abel
$$\alpha(f(z)) = 1 + \alpha(z),$$
para todo $z \in \mathcal{P} \cap f^{-1}(\mathcal{P})$.

3. Sea
$$\frac{p_n}{q_n} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{\ddots \frac{1}{a_n}}}}$$
un número racional (o el n–*ésimo convergente*) asociado a la expansión en fracciones continuas de un número α. Denote por $[x]$ la parte entera mayor de x. Sea α un número irracional y defina la sucesión a_n por el algoritmo siguiente.

   Defina $a_0 = [\alpha]$ y $r_0 = \alpha - [\alpha]$, de tal forma que $\alpha = a_0 + r_0$. Similarmente, defina $a_1 = [1/r_0], r_1 = 1/r_0 - [1/r_0]$ de tal forma que
$$\alpha = a_0 + \frac{1}{a_1 + r_1}.$$
   Defina de forma similar los a_n's.

   Demuestre que $a_n \geq 0$ y determinan los *cocientes* de la expansión en fracciones parciales de α, esto es
$$\alpha = \lim_{n\to\infty} [a_0; a_1, \ldots, a_n].$$

Fecha de entrega: Marzo 19, 2010 en clase.