CIMAT

90DSI02 Dinámica Racional Abril 12, 2010

Tarea 8

1. Denote por $\mathrm{Crit}(f)$ el conjunto de puntos críticos de f. Demuestre lo siguiente:

   (a) Para todo z en el complemento de $\mathcal{O}^+(\mathrm{Crit}(f))$, existe una vecindad $U = U(z)$ simplemente conexa donde cada rama inversa f_j^{-n} para $1 \leq j \leq d^n$, existe y es localmente analítica.

   (b) Toda sucesión $\{g_k\}$ de inversas analíticas definidas en U que satisfacen
   $$f^{n_k} \circ g_k = \mathrm{id}_{|U},$$
   forma una familia normal en U.

2. Sea $f \in \mathrm{Rat}_d$ de grado $d \geq 1$. Entonces $f(\partial\mathbb{D}) = \partial\mathbb{D}$ si y sólo si
$$f(z) = e^{2\pi i\theta} \prod_{j=1}^{d} \beta_{a_j}(z),$$
donde $a_j \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{D}$ para $j = 1, \ldots, d$ y
$$\beta_{a_j}(z) = \frac{1 - \bar{a}_j}{1 - a_j} \frac{z - a_j}{1 - \bar{a}_j z}.$$

3. Utilice el Principio de Módulo Máximo para demostrar que un polinomio en $\overline{\mathbb{C}}$ no puede tener anillos de Herman.

4. Sea f una función racional *postcríticamente finita*, esto es, la cardinalidad de $\mathcal{P}(f)$ es finita. Demuestre que si f no tiene puntos periódicos superatractores, entonces $J(f) = \overline{\mathbb{C}}$.

Fecha de entrega: Abril 19, 2010 en clase.