

CIMAT

90EDO01

Ecuaciones Diferenciales
Ordinarias

Enero 27, 2011

Tarea 1

1. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden:

(a) $x' = \frac{-x}{1+t} + 2$, con $x(0) = 1$.

(b) $ydy + xdx = 0$.

(c) $xy' - (x + 1)y = x^2 - x^3$.

(d) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{(y+2)e^y - 2x}$.

(e) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{2x} = 5x^2y^5$.

En todos los casos, $x, y, t \in \mathbb{R}$.

2. Considere la ecuación $x' = -\sqrt{\lambda - x}$, $x \geq 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Determine la solución general y comente sobre el intervalo de máxima definición de las soluciones para distintos valores del parámetro λ .

3. Considere la ecuación diferencial

$$x' = ax, \text{ con } x \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}.$$

Dada la condición inicial $x(0) = x_0$, sabemos que la solución particular es $\varphi(t, x_0) = e^{at}x_0$. Verifique directamente que el conjunto de todas las soluciones de la ecuación determina un flujo completo.

4. Determine un número infinito de soluciones del problema de valor inicial

$$x' = x^{1/3}, \quad x(0) = 0.$$

¿Por qué esto no contradice el Teorema Local de Existencia y Unicidad?

5. Demuestre el Lema 1 de convergencia uniforme visto en clase.

Fecha de entrega: Febrero 3, 2011 en clase.