

CIMAT

90EDO01

Ecuaciones Diferenciales
Ordinarias

Mayo 3, 2011

Tarea 11.1

1. Verifique que la hipótesis de compacidad del Problema 3, Tarea 10 es necesaria para la conexidad de los conjuntos $\omega(p)$ y $\alpha(p)$ dando un ejemplo donde estos conjuntos son disconexos si K no es compacto.
2. Para la ecuación $x' = f(x)$ con $f \in C^1(U, \mathbb{R}^n)$, $U \subset \mathbb{R}^n$ abierto con $0 \in U$, suponga que Σ' es una sección de Poincaré para f . Demuestre que existe un abierto $\Sigma \subset \Sigma'$ tal que $\tau : \Sigma' \rightarrow \mathbb{R}^+$ es una función C^1 sobre Σ .¹
3. Sea Γ una órbita periódica de $x' = f(x)$ y sean \mathcal{P}, Σ el mapeo y la sección de Poincaré donde $\mathcal{P} \in C^1(\Sigma)$. Si $p \in \Gamma \cap \Sigma$, demuestre que 0 no es un valor propio de $D\mathcal{P}(p)$.
4. Encuentre las órbitas cerradas del siguiente sistema

$$\begin{aligned} r' &= r(\alpha + \beta r^2 - r^4), \\ \theta' &= 1 - r^2, \end{aligned}$$

para los casos donde las constantes toman los valores

$$(\alpha, \beta) \in \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{-3}{2}, \frac{5}{2} \right), \left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2} \right) \right\}.$$

Determine la estabilidad de dichas órbitas a partir de los valores propios del mapeo de Poincaré.

Fecha de entrega: Mayo 10, 2011 en clase.

¹Sugerencia: Encuentre una función H tal que $H(p) = 0$ si y sólo si $p \in \Sigma'$ y defina $G(t, p) = H(\varphi_t(p))$. Aplique el Teorema de la Función Implícita a G sobre (τ, p) y resuelva para τ como función de p .