CIMAT

90EDO01	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	Febrero 28, 2011

Tarea 4

1. Proporcione los detalles más importantes de la demostración del teorema de existencia y unicidad local para operadores lineales.

   Teorema 2: Sea $A : J \to L(E)$ un mapeo continuo definida sobre un intervalo $J \subset \mathbb{R}$ no vacío, con $t_0 \in J$. Si $(t_0, u_0) \in J \times E$, entonces el problema de valor inicial

   $$u' = A(t)u, \quad u(t_0) = u_0,$$

   tiene una única solución definida y continua para toda $t \in J$.

2. Para la siguiente ecuación diferencial de segundo orden

   $$x'' + \sin x = 0,$$

   (a) reescriba la ecuación como un sistema de ecuaciones de primer orden de la forma $\bar{x}' = F(\bar{x})$, $\bar{x} \in \mathbb{R}^2$ y $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$.

   (b) Calcule todas las soluciones de equilibrio del sistema (esto es, encuentre cada $\bar{x}_0 \in \mathbb{R}^2$ tal que $F(\bar{x}_0) = 0$).

   (c) Para cada solución de equilibrio $\bar{x}_0$ calcule el sistema variacional

   $$u' = DF(\bar{x}_0)u, \quad u : J \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$$

   y resuelvalo para la condición inicial $u(0) = u_0$.

   (d) Bosqueje cómo se comportan las soluciones de la ecuación de segundo orden a partir de la aproximación $t \mapsto \bar{x}_0 + u(t, u_0)$, con $|x_0 - u_0|$ suficientemente pequeño.

3. Calcule la forma canónica de Jordan y la matriz de similitud de cada una de las siguientes matrices:

   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Resuelva los sistemas matriciales $\bar{y}' = J_A\bar{y}$ y $\bar{y}' = J_B\bar{y}$, donde J_A y J_B representan las formas canónicas de Jordan del ejercicio anterior.

Fecha de entrega: Marzo 3, 2011 en clase.