

CIMAT

90EDO01

Ecuaciones Diferenciales  
Ordinarias

Marzo 31, 2011

Tarea 9

1. Sea  $w = (x, y) \in \mathbb{R}^2$  y considere el sistema gradiente

$$\begin{aligned} w' &= -\nabla\Phi(w) \\ \Phi(w) &= y \sin(x). \end{aligned}$$

Identifique sus puntos de equilibrio, determine su estabilidad y dibuje el espacio fase asociado incluyendo las superficies de nivel de  $\Phi$ .

2. Demuestre que todo sistema gradiente con un mínimo aislado no puede tener trayectorias solución periódicas de período  $T > 0$ .
3. El origen es un punto de equilibrio del sistema Halmitoniano asociado a  $H : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ , dado por

$$H(q, p) = q_2 p_1 - q_1 p_2 + q_4 p_3 - q_3 p_4 + q_2 q_3.$$

- (a) Calcule los valores propios del sistema lineal en el origen de  $\mathbb{R}^8$  asociado al sistema Halmitoniano. ¿Qué puede concluir acerca de la estabilidad de dicho punto de equilibrio?
- (b) Demuestre que el origen es estable.
4. Escriba el siguiente sistema en coordenadas polares

$$x' = y + xy, \quad y' = -x - x^2,$$

y calcule todas las soluciones de equilibrio (puntos y trayectorias periódicas).

5. Demuestre que si al menos un multiplicador característico del sistema periódico de período  $T > 0$

$$x' = A(t)x, \quad A(t+T) = A(t), \forall t \geq 0,$$

tiene módulo mayor que 1, entonces las solución de equilibrio  $x(t) \equiv 0$  es inestable.

Fecha de entrega: Abril 14, 2011 en clase.