CIMAT

90EDO01 — Ecuaciones Diferenciales Ordinarias — Enero 29, 2013

Tarea 1

1. Encuentra la solución general o particular de las siguientes ecuaciones diferenciales. Para las soluciones particulares, determina el intervalo máximo donde la solución está bien definida.
   (a) $x' = 1 - t + x^2 - tx^2$.
   (b) $\frac{dy}{dt} = \frac{3t^2+4t+2}{2(y-1)}$, $y(0) = -1$.
   (c) $x' = 3(x/t) + (x/t)^2$ (sug.: substituye $x/t = v$).
   (d) $3t^2 + 4tx + (2x + 2t^2)x' = 0$, $x(0) = 1$.
   (e) $t + ye^{2ty} + \lambda te^{2ty}\frac{dy}{dt} = 0$ (sug.: determina los valores de λ que hacen la ecuación exacta y resuleve).
   (f) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{2x} = 5x^2y^5$.

2. Considera la ecuación $x' = -\sqrt{\lambda - x}, x \geq 0, \lambda \in \mathbb{R}$. Calcula la solución general y encuentra el intervalo de máxima definición de las soluciones. Bosqueja los planos fase para distintos valores del parámetro λ y discute el comportamiento asintótico de las soluciones.

3. Verifica que la familia de todas las soluciones particulares
$$\{\varphi(t, x_0) = x_0e^{\lambda t} \mid t, x_0 \in \mathbb{R}\}$$
para $x' = \lambda x, x(0) = x_0$ determina un flujo completo.

4. Encuentra dos soluciones al problema de condición inicial
$$x' = x^{1/3}, \quad x(0) = 0.$$
¿Por qué esto no contradice el Teorema Local de Existencia y Unicidad visto en clase?

5. Sea E un espacio Banach de dimensión finita. Dados $U \subset E$ abierto, $x_0 \in U$ fijo y $f : U \subset E \to E$ continua y localmente Lipschitz en x_0, demuestra la existencia de una solución particular al sistema
$$x' = f(x), \quad x(0) = x_0.$$
Bajo estas hipótesis, ¿puedes garantizar unicidad?

Fecha de entrega: Febrero 5, 2013 (en clase).