

Lista de Problemas de teoría de números

1.- Dados los números  $A = 23 \cdot 310 \cdot 5 \cdot 72$  y  $B = 25 \cdot 3 \cdot 11$ , encuentre  $(A,B)$ .

2.- Dados los números  $A = 28 \cdot 53 \cdot 7$  y  $B = 25 \cdot 3 \cdot 57$ , encuentre  $[A,B]$ .

3.- Dados dos números primos distintos  $p$  y  $q$ , encuentre el número de diferentes divisores positivos de:

a)  $pq$                       b)  $p^2q$                       c)  $p^2q^2$                       d)  $p^nq^m$

4.- Pruebe que el producto de cualesquiera cinco números naturales consecutivos es:

a) divisible por 30

b) divisible por 120

5.- Encuentre el menor número natural  $n$  tal que  $n!$  es divisible por 990.

6.- ¿Cuántos ceros hay al final de la representación decimal del número  $100!$ ?

7.- Pruebe que si un número tiene un número impar de divisores, entonces éste es un cuadrado perfecto.

8.- ¿Puede un número escrito con cien 0s, cien 1s, y cien 2s ser un cuadrado perfecto?

9.- Encuentre todas las soluciones en números naturales de las ecuaciones:

$$a)x^2 - y^2 = 31$$

$$b)x^2 - y^2 = 303$$

10.- Hallar un cuadrado de la forma  $aabb$ .

11.- Si  $a$  y  $b$  son números positivos distintos que cumplen  $a^2 + b^2 = 4ab$ , hallar el valor de

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$$