

## PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Hallar las coordenadas del foco, la longitud del *latus rectum* y la ecuación de la directriz de las parábolas siguientes. Representarlas gráficamente.

a)  $y^2 = 6x$ . Sol.  $(3/2, 0)$ , 6,  $x + 3/2 = 0$ .  
 b)  $x^2 = 8y$ . Sol.  $(0, 2)$ , 8,  $y + 2 = 0$ .  
 c)  $3y^2 = -4x$ . Sol.  $(-1/3, 0)$ ,  $4/3$ ,  $x - 1/3 = 0$ .

2. Hallar la ecuación de las parábolas siguientes:

a) Foco  $(3, 0)$ , directriz  $x + 3 = 0$ . Sol.  $y^2 - 12x = 0$ .  
 b) Foco  $(0, 6)$ , directriz el eje  $x$ . Sol.  $x^2 - 12y + 36 = 0$ .  
 c) Vértice el origen, eje el de coordenadas  $x$ , y que pase por  $(-3, 6)$ . Sol.  $y^2 = -12x$ .

3. Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos cuya distancia al punto fijo  $(-2, 3)$  sea igual a su distancia a la recta  $x + 6 = 0$ . Sol.  $y^2 - 6y - 8x - 23 = 0$ .

4. Hallar la ecuación de la parábola de foco el punto  $(-2, -1)$  y cuyo *latus rectum* es el segmento entre los puntos  $(-2, 2)$  y  $(-2, 4)$ .

Sol.  $y^2 + 2y - 6x - 20 = 0$ ,  $y^2 + 2y + 6x + 4 = 0$ .

5. Hallar la ecuación de la parábola de vértice  $(-2, 3)$  y foco  $(1, 3)$ .

Sol.  $y^2 - 6y - 12x - 15 = 0$ .

6. Dadas las parábolas siguientes, calcular a) las coordenadas del vértice, b) las coordenadas del foco, c) la longitud del *latus rectum* y d) la ecuación de la directriz.

(1)  $y^2 - 4y + 6x - 8 = 0$ . Sol. a)  $(2, 2)$ , b)  $(1/2, 2)$ , c) 6, d)  $x - 7/2 = 0$ .  
 (2)  $3x^2 - 9x - 5y - 2 = 0$ . Sol. a)  $(3/2, -7/4)$ , b)  $(3/2, -4/3)$ , c)  $5/3$ .  
 (3)  $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$ . Sol. a)  $(3/2, 2)$ , b)  $(3, 2)$ , c) 6, d)  $x = 0$ .

7. Hallar la ecuación de una parábola cuyo eje sea paralelo al eje  $x$  y que pase por los puntos  $(3, 3)$ ,  $(6, 5)$  y  $(6, -3)$ . Sol.  $y^2 - 2y - 4x + 9 = 0$ .

8. Hallar la ecuación de una parábola de eje vertical y que pase por los puntos  $(4, 5)$ ,  $(-2, 11)$  y  $(-4, 21)$ .

Sol.  $x^2 - 4x - 2y + 10 = 0$ .

- 9.\* Hallar la ecuación de una parábola cuyo vértice esté sobre la recta  $2y - 3x = 0$ , que su eje sea paralelo al de coordenadas  $x$ , y que pase por los puntos  $(3, 5)$  y  $(6, -1)$ .

Sol.  $y^2 - 6y - 4x + 17 = 0$ ,  $11y^2 - 98y - 108x + 539 = 0$ .

10. El cable de suspensión de un puente colgante adquiere la forma de un arco de parábola. Los pilares que lo soportan tienen una altura de 60 metros (m) y están separados una distancia de 500 metros (m), quedando el punto más bajo del cable a una altura de 10 metros (m) sobre la calzada del puente. Tomando como eje  $x$  la horizontal que define el puente, y como eje  $y$  el de simetría de la parábola, hallar la ecuación de ésta. Calcular la altura de un punto situado a 80 metros (m) del centro del puente. Sol.  $x^2 - 1.250y + 12.500 = 0$ ; 15,12 m.

11. Se lanza una piedra horizontalmente desde la cima de una torre de 185 metros (m) de altura con una velocidad de 15 metros por segundo (m/s). Hallar la distancia del punto de caída al pie de la torre suponiendo que el suelo es horizontal. Sol. 92,5 m.

12. Un avión que vuela hacia el Sur a una altura de 1.500 metros (m) y a una velocidad de 200 kilómetros por hora (km/h) deja caer una bomba. Calcular la distancia horizontal del punto de caída a la vertical del punto de lanzamiento. Sol. 972 m.

13. Un arco parabólico tiene una altura de 25 metros (m) y una luz de 40 metros (m). Hallar la altura de los puntos del arco situados 8 metros a ambos lados de su centro. Sol. 21 m.