Examen Parcial núm. 1 – Álgebra Lineal I

(18 de feb 2002)

1. Sea F un campo. Define: V es un espacio vectorial sobre F.

2. Sea V en espacio vectorial sobre un campo F. Demuestra que $0 \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0}$ para todo $\mathbf{v} \in V$.

   Notas:
   - Al lado izquierdo de la ecuación $0 \in F$ (el escalar cero), y al lado derecho $\mathbf{0} \in V$ (el vector cero).
   - Puedes usar en la demostración las propiedades de campo (como $0 + 0 = 0$).
   - Puedes usar también las axiomas de espacio vectorial que detallaste en el inciso anterior, pero tienes que anotar explicitamente en cada paso de tu demostración qué axioma usas.

3. Sea V un espacio vectorial sobre un campo F y sea $W \subset V$ un subconjunto. Define: W es un subespacio vectorial de V.

4. Demuestra que el conjunto $W = \{(a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 3a_1 + 1 = 0\}$ no es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$ (con su estructura ordinaria de espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$) .

5. Sea $W = \{(a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^3 \,|\, a_1 + a_2 + a_3 = 0\}$.
   (a) Demuestra que W es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$ (con su estructura ordinaria de espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$).
   (b) Encuentra dos vectores en W que lo generan; es decir, dos vectores $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2 \in W$ tal que cualquier vector en W se puede expresar como una combinación lineal de $\mathbf{w}_1$ y $\mathbf{w}_2$.