Exámen parcial 1

Jueves, 25 feb, 2010

Duración del exámen: 90 minutos.

Parte I. "Cierto o Falso". (60 pts)

En caso de "cierto"hay que dar una breve explicación (no es necesario dar una demostración rigurosa completa). En caso de "falso"solo hay que dar un contra ejemplo (sin mayores explicaciones).

1. Si dos enteros $a, b > 1$ son primos relativos entonces por lo menos uno de ellos es primo.
2. Dados cualquer 3 dígitos d_1, d_2, d_3 (cada d_i es un dígito entre 0 y 9), existe un múltiplo de 13 que termina con $d_1d_2d_3$.
3. Un entero es impar si su representación en una base termina con 1.
4. Si $a, b, n \in \mathbb{Z}$ tal que $a|n$, $b|n \implies ab|n$.
5. Si un entero a divide a un entero b entonces a divide a todos los múltiplos de b.
6. Si el resíduo de un número entero positivo n al dividirlo entre 19 es 18, entonces n no puede ser un múltiplo de 17.
7. Si la representación de dos números enteros positivos m, n en base 5 termina con los mismos 3 dígitos entonces su diferencia $m - n$ es un múltiplo de 125.
8. Si un entero n no es un múltiplo de 119 entonces n tiene un recíproco módulo 119.
9. Si $a, b \in \mathbb{Z}$ tal que $(a, 24) = 1$ y $a \equiv b \mod 24 \implies (b, 24) = 1$.
10. Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tal que $a|bc \implies a|b$ ó $a|c$.

Parte II. Resolver uno de los siguientes 3 problemas. (40 pts)

1. Formular y demostrar el Teorema Fundamental de la Aritmética.
2. Demuestra: existe una infinidad de primos de la forma $4k + 3$.
3. Demuestra: $a, b \in \mathbb{Z}$ son primos relativos si y solo si existen $x, y \in \mathbb{Z}$ tal que $ax + by = 1$.