

Teoría de Gráficas y Combinatoria

Agosto-Diciembre 2020

Profesor: Octavio Arizmendi Echagaray

Ayudante: Santiago Arenas Vellilla.

Descripción del curso.

En este correo se abordarán dos temas importantes dentro del área de Matemáticas Discretas así como relaciones entre ellas: Combinatoria Enumerativa y Teoría de Gráficas. Primero se desarrollará la teoría combinatoria enumerativa a la Rota. Después se presentarán elementos básicos de Teoría de Gráficas. Finalmente, se presentarán temas selectos de Combinatoria Algebraica y Probabilidad donde enfatizarán que relaciones herramientas previamente desarrolladas y aplicaciones a otras áreas.

El objetivo principal de este curso es mostrar diferentes técnicas de matemáticas discretas, que muestren varios aspectos de las mismas.

Requisitos.

Se supondrá que los estudiantes no han llevado ningún tipo de curso anterior en combinatoria o matemáticas discretas. Sin embargo, se espera que los alumnos sepan elementos básicos de probabilidad y de algebra lineal, por lo que el curso está pensado para alumnos a partir del 4to semestre.

Temario.

El temario tentativo del curso se dividirá en tres partes.

Parte I. Combinatoria Enumerativa

1. **Principios de Conteo.** Conjuntos y multiconjuntos. Permutaciones. Particiones. Caminatas. Árboles. Gráficas. Números de Catalán, Stirling, Narayanna. Identidades combinatorias.
2. **Relaciones de recurrencia.** Números de Fibonacci. Relaciones de recurrencia lineales con coeficientes constantes.
3. **Funciones Generatrices.** Series formales. Funciones generadoras ordinarias. Funciones generadoras exponenciales. Series de Dirichlet. Inversión de Lagrange. Fracciones continuas.
4. **Conjuntos parcialmente ordenados.** Retículas. Convolución combinatoria. Funciones Zeta, Delta y de Moebius.
5. **Inversión de Moebius.** Funciones multiplicativas. Multicadenas.

Parte II. Gráficas

6. **Introducción a la Teoría de Gráficas.** Conceptos básicos en gráficas, subgráficas, caminos, trayectorias, distancia, conexidad, isomorfismo, operaciones en gráficas, matrices de adyacencia e incidencia.
7. **Estudio de algunas familias de gráficas.** Gráficas bipartitas, árboles y bosques, gráficas de línea y de clanes, gráficas Eulerianas y Hamiltonianas, gráficas planas y aplanables (Teoremas de Kuratowski y Wagner, Fórmula de Euler, Sólidos Platónicos, gráfica dual).
8. **Estudio de algunos conceptos en gráficas.** Independencia, dominancia, apareamientos y factorización, bloques, conexidad por vértices y aristas (Teorema de Menger).
9. **Coloraciones en gráficas.** Problema de los cuatro colores, coloraciones de vértices (Teorema de Brooks), número Cromático, coloraciones de gráficas planas, gráficas Perfectas, coloraciones de aristas (Teorema de Vizing).

Parte III. Temas Selectos

10. Teoría espectral de gráficas. Formula de Traza, Momentos Espectrales, Energía de Gráficas. Caminatas en Gráficas.
11. Polinomios en Gráficas. Polinomia de Emparejamientos, Polinomio de Farrel, Polinomio Cromático, Polinomio de Tutte.
12. Gráficas aleatorias. Gráficas regulares (Teorema de McKay). Gráficas de Erdos-Renyi. Arboles con apego preferencial.
13. Teoría extremal en gráficas. Teorema de Turán, Teoría de Ramsey, Jaulas.
14. Método Probabilístico. Ejemplos básicos. Método del primer momento. Método del Segundo Momento.

Bibliografía.

- Alon, N., & Spencer, J. H. (2004). The probabilistic method. John Wiley & Sons.
- Bollobás, B (2001). Random graphs (No. 73). Cambridge university press.
- B. Bollobás, “*Graph Theory. An introductory course*”, Springer-Verlag, New York Inc. 1979
- C. Berge, “*Graphs*”, North-Holland, Amsterdam, 1991.
- J.A. Bondy, U.S.R. Murty, “*Graph Theory*”, Springer, 2008.
- G. Chartrand, L. Lesniak, “*Graphs and Digraphs*”, Chapman & Hall, 1996.
- G. Chartrand, P. Zhang, “*Chromatic Graphs Theory*”, Chapman & Hall, 2009.
- R. Diestel, “*Graph Theory*”, Springer-Verlag Heidelberg, New York 2005.**
- F. Harary, “*Graph Theory*”, Addison-Wesley Series in Mathematics, Philippines 1969.
- R. Stanley. Enumerative combinatorics. Cambridge University Press.**
- D. B. West, “*Introduction to Graph Theory*”, Pearson Education, Singapore, 2002. R.J. Wilson, “*Introduction to Graph Theory*”, Addison-Wesley, 1998
- Herbert S. Wilf. Generatingfunctionology. disponible en <http://www.math.upenn.edu/wilf/gfologyLinked2.pdf>**

Notas del curso.