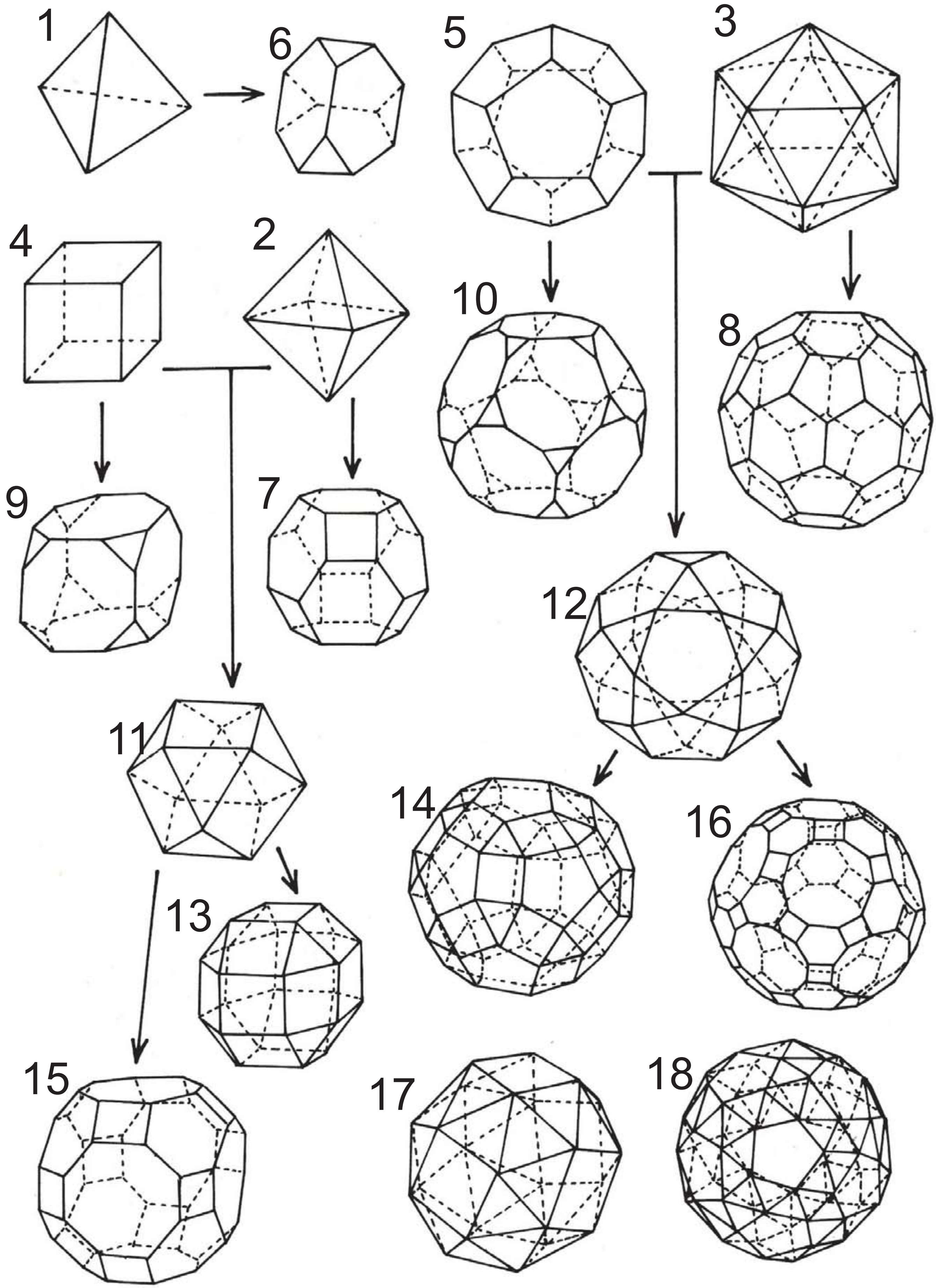
POLIEDROS Y ORIGAMI MODULAR

Fabio Dávila
CIMAT

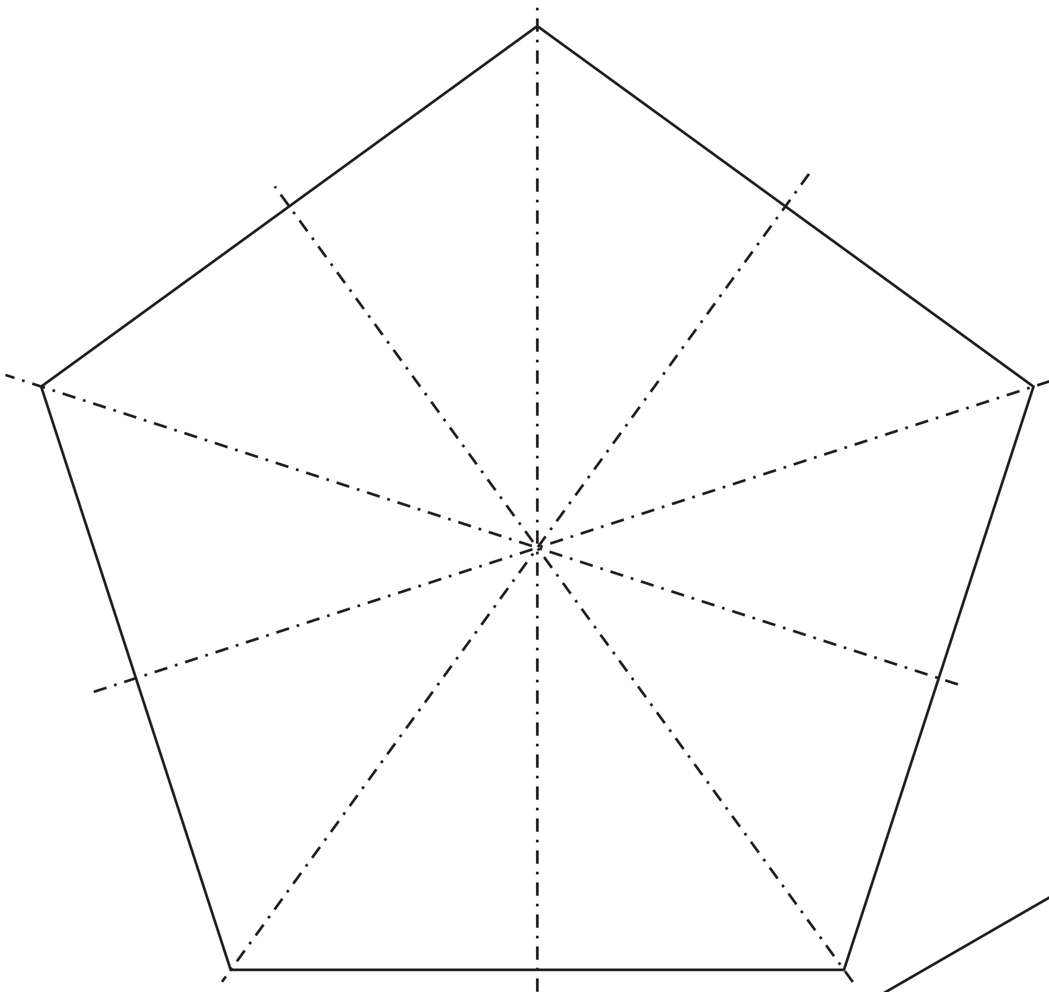
Poliedros Regulares y semiregulares

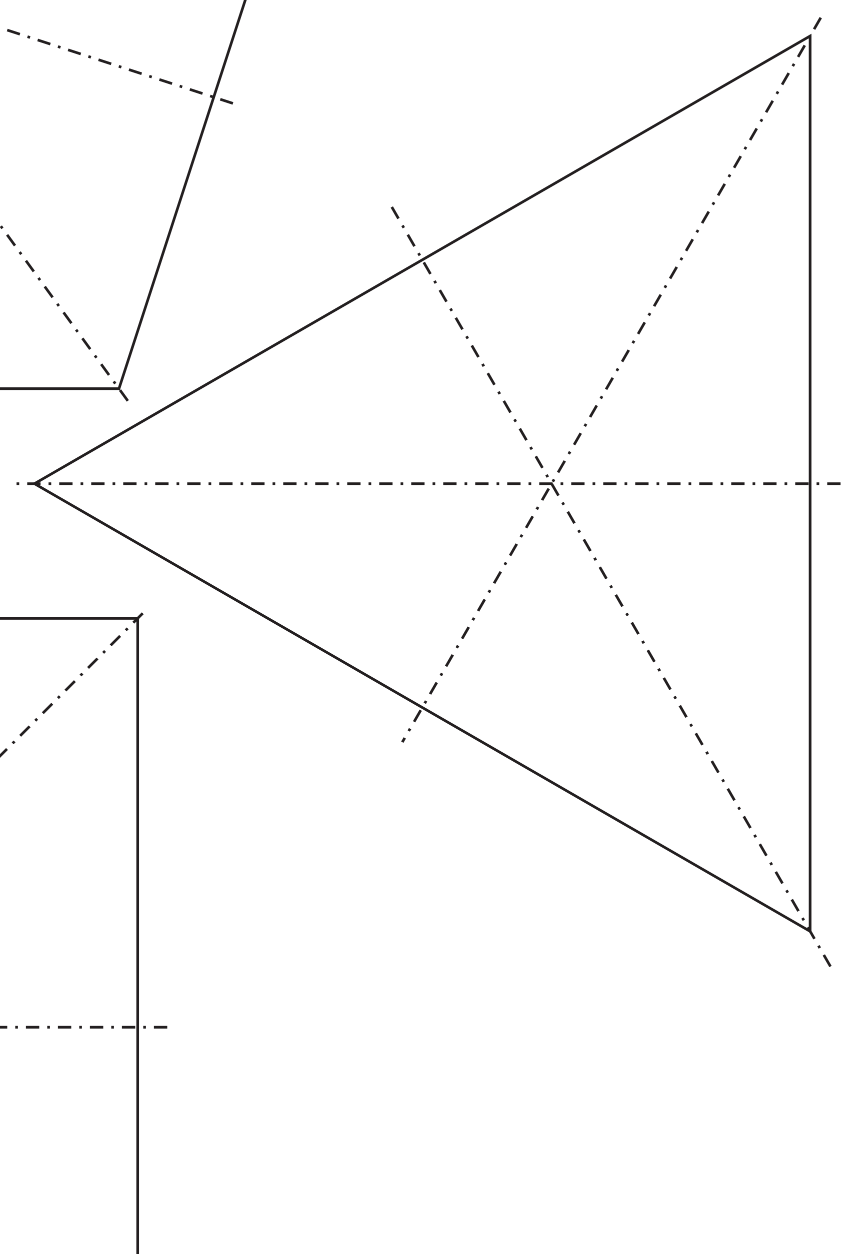


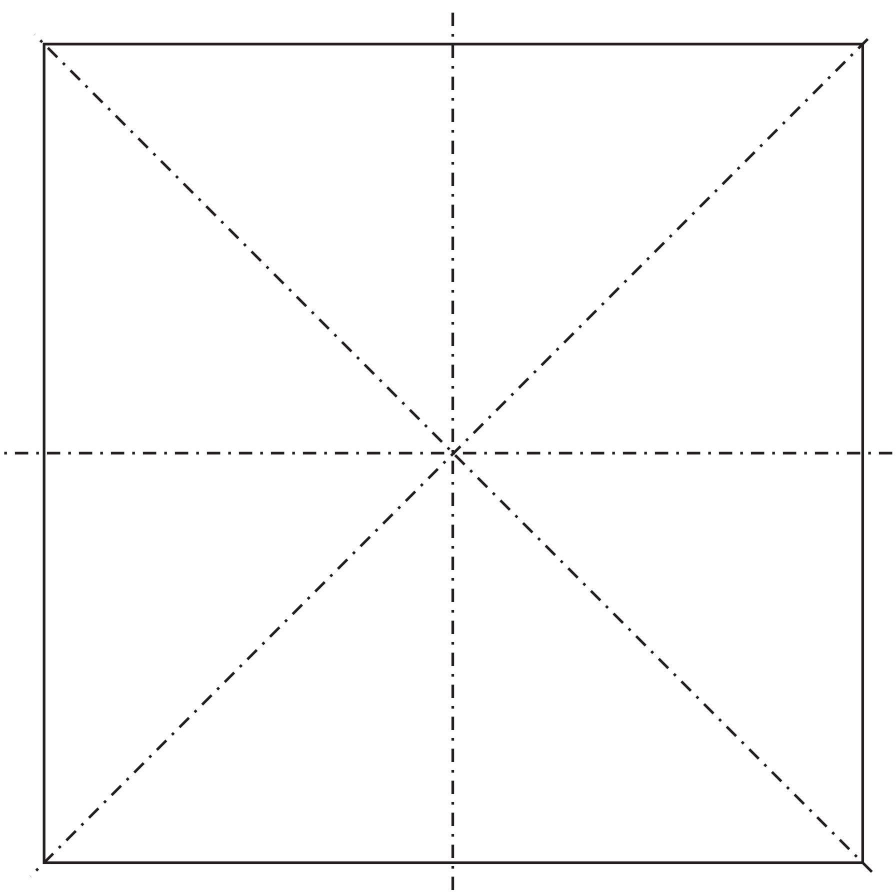
Sólidos Platónicos y Solidos Arquimedianos

Información básica sobre los poliedros regulares y semiregulares

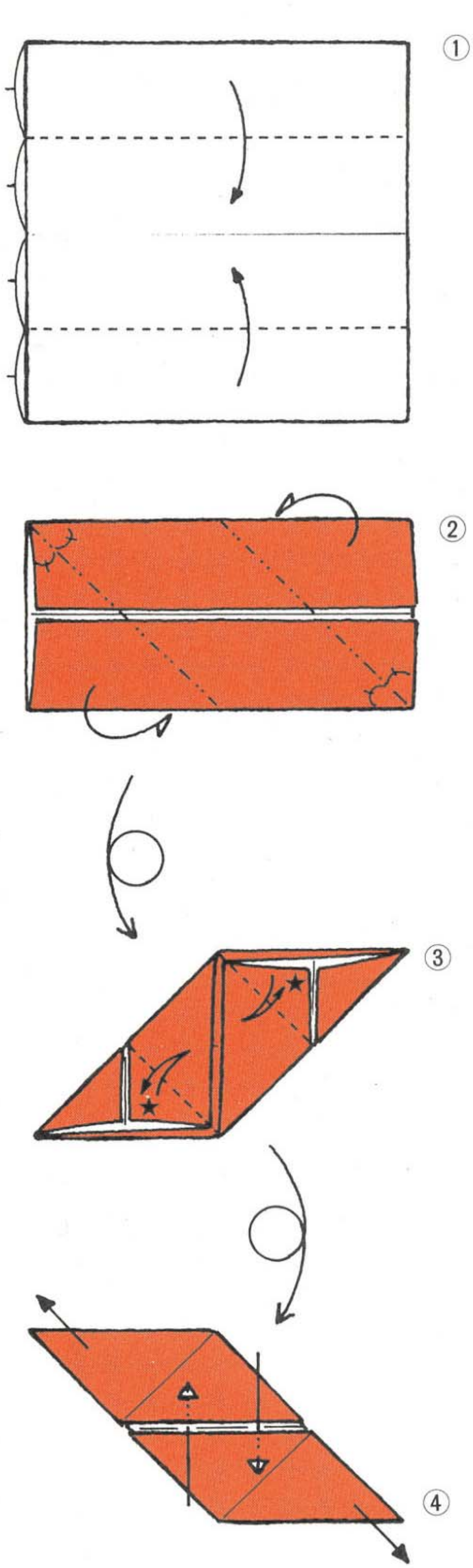
No.	Poliedro	Polígonos y No. De Caras	Caras	Aristas	Vértices	
1	Tetraedro	▲ X 4	4	6	4	Sólidos Platónicos
2	Octaedro	▲ X 8	8	12	6	
3	Icosaedro	▲ X 20	20	30	12	
4	Hexaedro o Cubo	■ X 6	6	12	8	
5	Dodecaedro	⬟ X 12	12	30	20	
6	Tetraedro Truncado	▲ X 4 ⬢ X 4	8	18	12	Sólidos Arquimedianos
7	Octaedro Truncado	■ X 6 ⬢ X 8	14	36	24	
8	Icosaedro Truncado	⬟ X 12 ⬢ X 20	32	90	60	
9	Cubo Truncado	▲ X 6 ⯃ X 4	14	36	24	
10	Dodecaedro Truncado	▲ X 20 ● X 12	32	90	60	
11	Cuboctaedro	▲ X 8 ■ X 6	14	24	12	
12	Icosidodecaedro	▲ X 20 ⬟ X 12	32	60	30	
13	Rombicuboctaedro	▲ X 8 ■ X 18	26	48	24	
14	Rombicosidodecaedro	▲ X 20 ■ X 30 ⬟ X 12	62	120	60	
15	Cuboctaedro (rombi) truncado	■ X 12 ⬢ X 8 ⯃ X 6	26	72	48	
16	Icosidodecaedro (rombi) truncado	■ X 30 ⬢ X 20 ● X 12	62	180	120	
17	Cubo romo	▲ X 32 ■ X 6	38	60	24	
18	Dodecaedro romo	▲ X 80 ⬟ X 12	92	150	60	

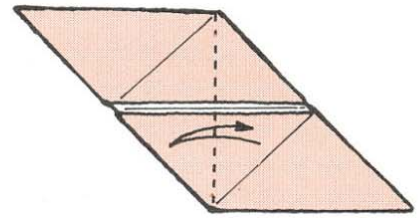




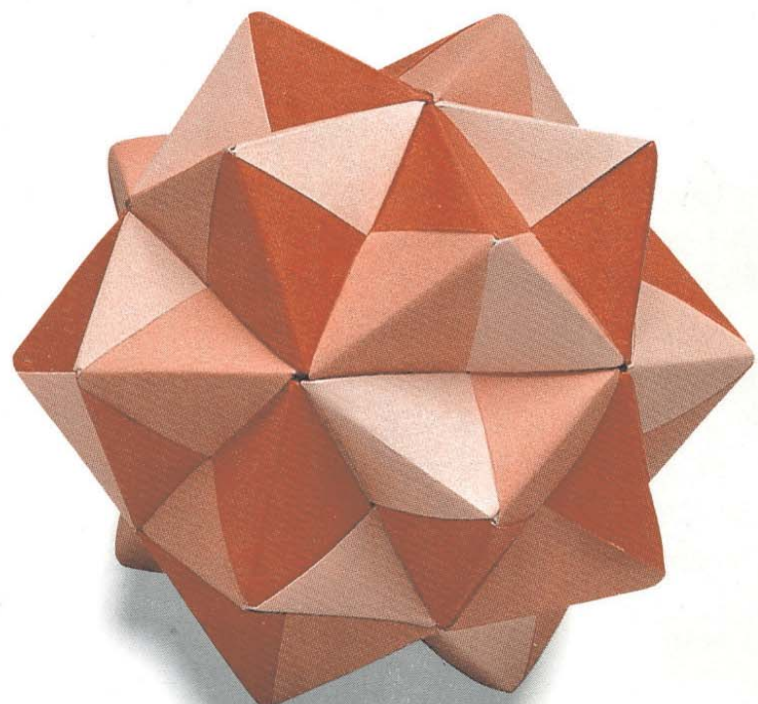


Módulo Sonobè



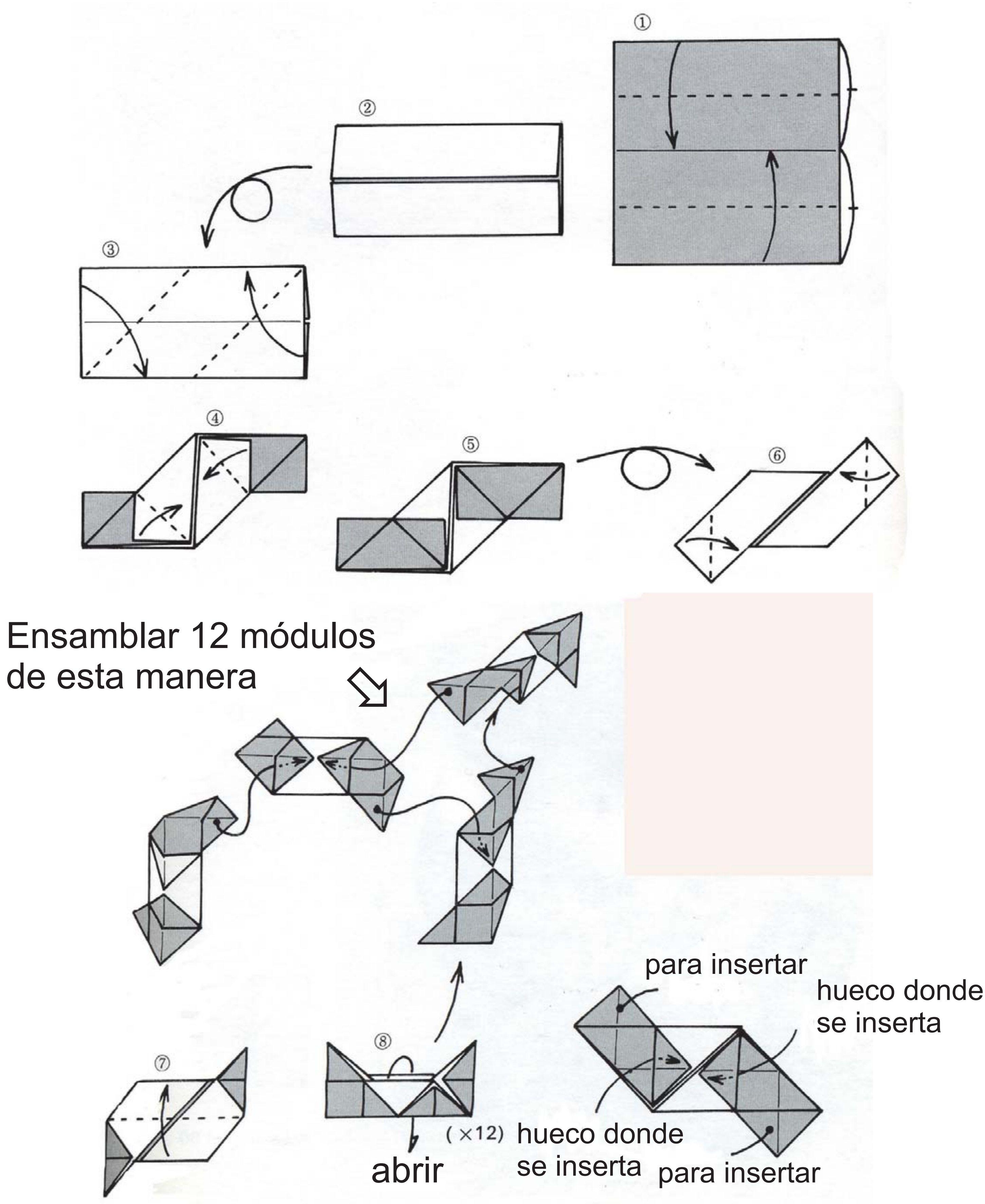


treinta unidades

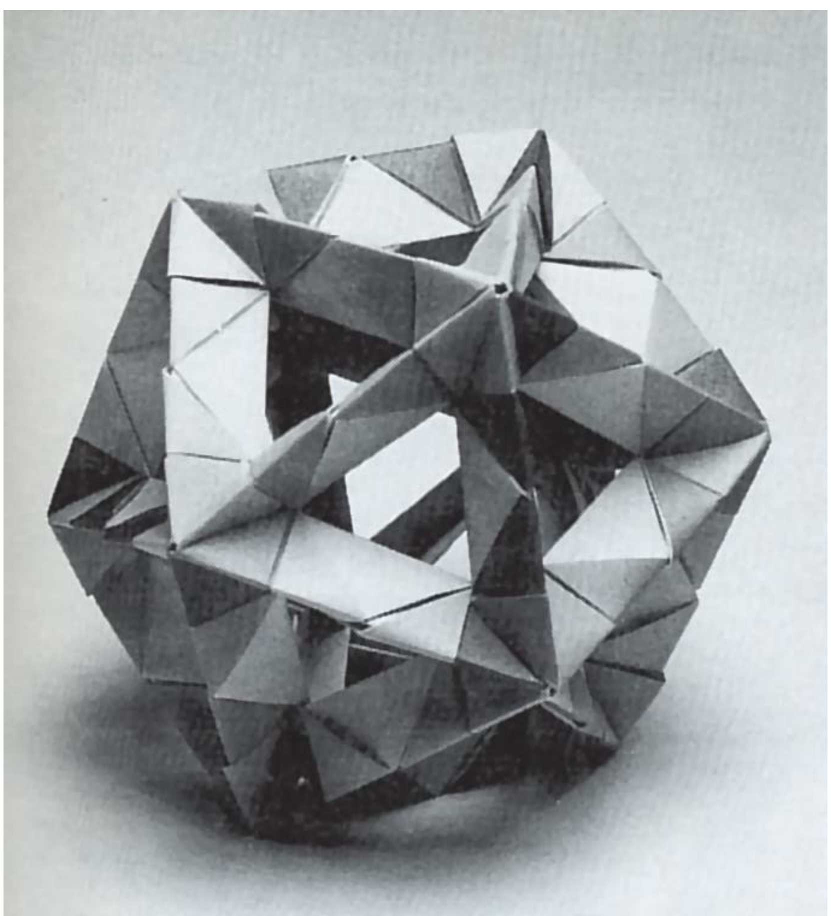


Icosaedro

Módulo para construir aristas

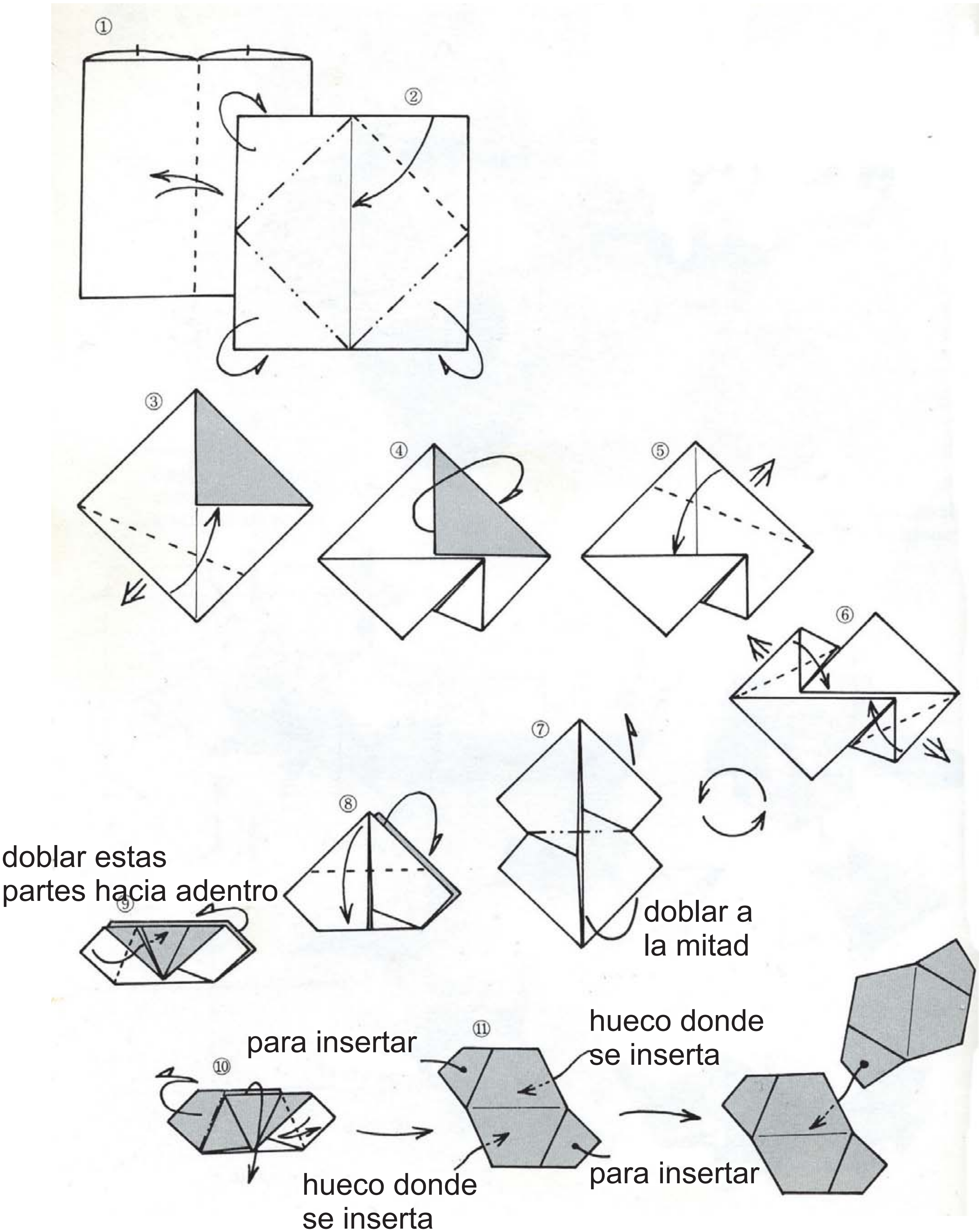


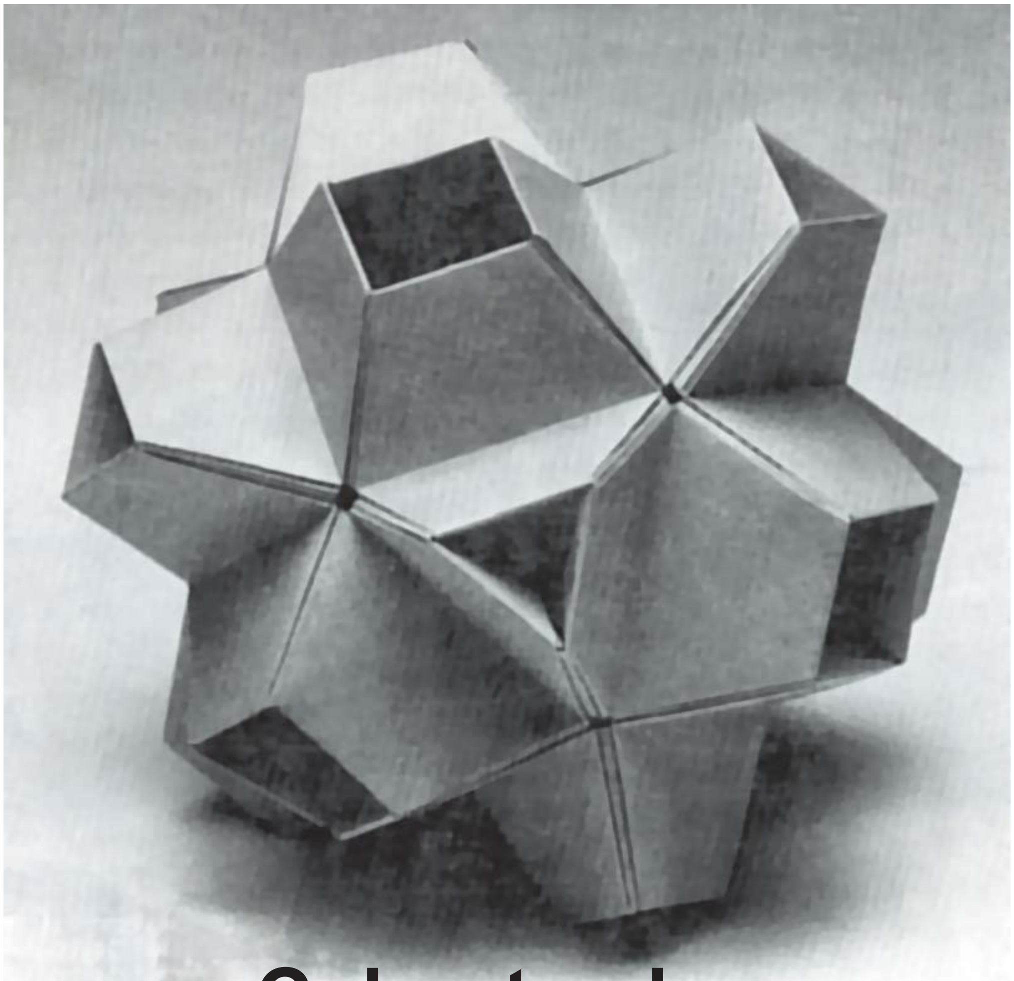
Cubo



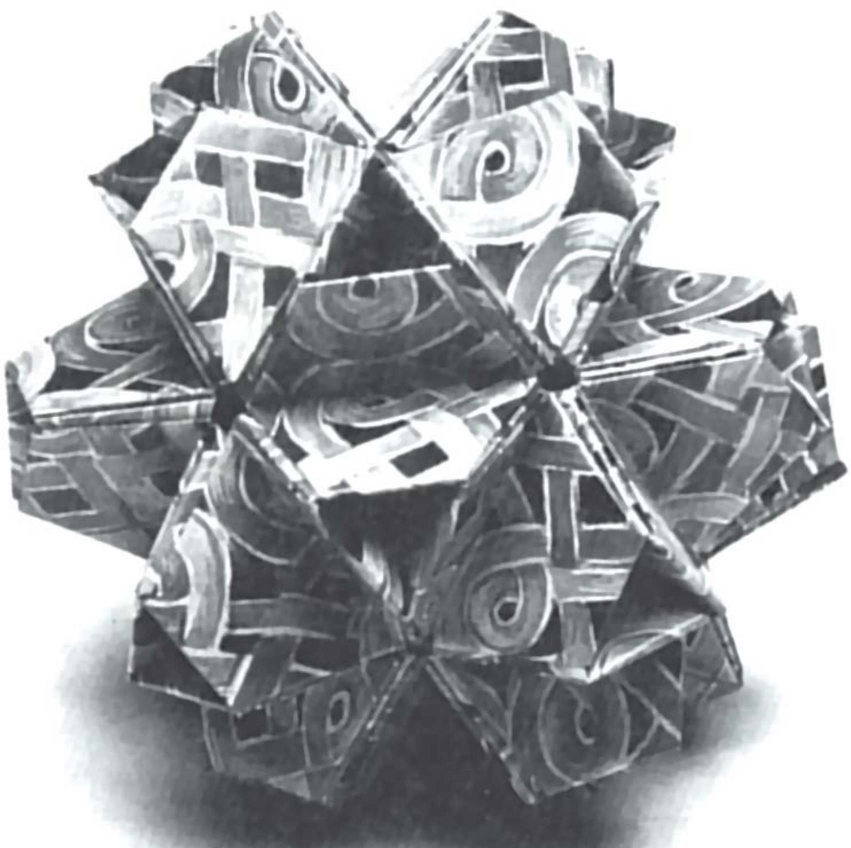
Icosaedro

Módulo “tortuga pequeña”





Cuboctaedro



Icosaedro

La fómula de Euler

$$V - A + C - 2 = 0$$

Denotamos por $\{p,q\}$ al poliedro regular cuyas caras son polígonos con *p* aristas y que incididen *q* de éstas en cada vértice.
Si $\{p,q\}$ tiene *C* caras, *A* aristas y *V* vértices, tenemos que:

$$pC = 2A = qV$$

pues cada cara tiene p aristas, en cada arista inciden dos caras y en cada vértice inciden q aristas.
Si suponemos que este poliedro satisface la fórmula de Euler, por ejemplo si el poliedro es convexo, entonces:

$$V - A + C - 2 = 0.$$

Combinando estas igualdades, obtenemos: $C = \frac{2A}{p}$ y $V = \frac{2A}{q}$, sustituyendo en la fórmula de Euler

$$\frac{2A}{q} - A + \frac{2A}{p} - 2 = 0$$

dividiendo por 2*A*, tenemos finalmente:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{2} + \frac{1}{A}.$$

De aquí que para enumerar los poliedros regulares, buscamos enteros *p* y *q*, mayores que 2, que satisfagan la desigualdad:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} > \frac{1}{2}.$$

Ahora, multiplicamos por 2 y por *pq*:

$$2q + 2p > pq \quad \text{o} \quad pq - 2p - 2q + 4 < 4$$

factorizando:

$$(p-2)(q-2) < 4$$

Claramente, uno de ellos debe ser 3 y el otro 3, 4 o 5. Con ello obtenemos las siguientes posibilidades:

$\{3, 3\}$ el tetraedro
$\{3, 4\}$ el octaedro
$\{3, 5\}$ el icosaedro
$\{4, 3\}$ el cubo
$\{5, 3\}$ el dodecaedro.