

## Primer examen parcial

Lunes 12 de Marzo

**Instrucciones:** Cada problema vale 30 Puntos. El examen se califica sobre 100 puntos.

**Problema 1.** Describa los espacios de probabilidad de los siguientes experimentos.

- a). Lanzamiento de 3 monedas justas
- b). Lanzamiento de 2 dados justos

**Problema 2.** Considerar una moneda justa.

- a). Describir el espacio de probabilidad asociado al experimento donde se lanza la moneda hasta que salga sol.
- b). Describir el espacio de probabilidad del experimento a) condicionado al evento: “salió águila en los primeros dos lanzamientos”.

**Problema 3.** Consideremos un dado (no necesariamente justo), con  $m$  caras  $c_1, c_2, \dots, c_m$  que salen con probabilidades  $p_1, p_2, \dots, p_m$ , con  $p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1$  y  $p_i > 0$ .

En cada cara  $c_i$  del dado se escribe el número real  $x_i$  para construir una variable aleatoria  $X$ . Para cualquier real  $r \in \mathbb{R}$  se puede considerar la variable  $rX$ , simplemente reescribiendo  $rx_i$  en vez de  $x_i$  en cada cara.

- a). Indique cómo se define la media  $E(X)$  y la varianza  $Var(X)$  de  $X$ .
- b). Demostrar que  $E(rX) = rE(X)$  y que  $Var(rX) = r^2Var(X)$

**Problema 4.**

- a). Cual es el coeficiente de  $x^2y^3z^5$  en la expansión de  $(x + y + z)^{10}$
- b). Demostrar la siguiente identidad de coeficientes binomiales

$$\binom{2n}{n} = \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2$$

(sugerencia: contar caminos)

Mucha Suerte!