Tarea núm. 6

(para entregar el jueves 28 feb)

1. En cada inciso divide $p(x)$ entre $q(x)$. Al terminar, escribe en cada caso la ecuación $p(x) = q(x) \cdot (cociente) + residuo$.
   a) $p(x) = -x^3 - 6x^2 + 2x - 4,\ q(x) = x - 1$
   b) $p(x) = x + 4,\ q(x) = x^2 + 1$
   c) $p(x) = x^4 + x^2 + 1,\ q(x) = x^2 - x + 1$
   d) $p(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 4,\ q(x) = x + 1$

2. *Definición:* un polinomio, $q(x)$, *divide* a otro polinomio, $p(x)$, si $p(x) = q(x)f(x)$ para algun polinomio $f(x)$. Esto es, no queda residuo al dividir $p(x)$ por $q(x)$.

   Por ejemplo, $x + 1$ divide a $x^2 - 1$, ya que $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$. Otro: $x - 2$ no divide a $x^2 - 2$.

   Decide en cada caso si el polinomio $q(x)$ que se da, divide o no al polinomio $p(x) = x^5 - 45x^3 - 40x^2 + 444x + 720$ ¡No hagas la división!
   a) $q(x) = x + 1$
   b) $q(x) = x - 4$
   c) $q(x) = (x + 1)(x - 4)$
   d) $q(x) = (x - 4)(x - 6)$
   e) $q(x) = x^2 + 5x + 6$
   f) $q(x) = (x - 1)^2$
   g) $q(x) = (x + 2)(x + 5)(x - 6)$.

3. Factoriza el polinomio $p(x)$ del problema anterior (si hiciste bien el problema anterior, ya casi no queda nada por hacer).

4. Al dividir el polinomio $p(x)$ por $x^2 - 4$ el residuo es $-2x + 1$. Calcula el residuo cuando $p(x)$ se divide por $x + 2$.

5. ¿Para qué valores de n, $x^n - 1$ es divisible por $x^2 - 1$?

6. En cada inciso trata de adivinar (a ojo) una raíz de $p(x)$ y usa esa información para factorizarlo.
   a) $p(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4$
   b) $p(x) = x^3 + 3x^2 - 33x - 35$
   c) $p(x) = x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 34x - 24$