

### Tarea núm. 9

(para entregar el jueves 28 marzo)

1. En cada caso, hay que encontrar el residuo de la división de los dos polinomios, *sin hacer la división*.

**Ejemplo.** Hagamos el (b). Podemos escribir el resultado de la división (si la hubieramos hecho) como

$$x^7 + 2x^2 + 1 = (x^2 - 1) \cdot \text{cociente} + \text{residuo}.$$

Vamos usar esta ecuación para encontrar el *residuo*, sin tener que hacer la división y sin encontrar el *cociente*. Primero, observamos que como  $x^2 - 1$  es de grado 2, el *residuo* es un polinomio de grado  $\leq 1$ ; es decir,  $\text{residuo} = Ax + B$ , para unos números  $A, B$  que tenemos que encontrar. Volvemos a escribir entonces la última ecuación así:

$$x^7 + 2x^2 + 1 = (x^2 - 1) \cdot \text{cociente} + Ax + B.$$

Esta ecuación se cumple para *cualquier* valor de  $x$  que uno escoja. La pregunta es: ¿cuáles valores conviene escoger? Pues, intentamos escoger valores de  $x$  que hagan que desaparezca el término a la derecha con el *cociente* (porque no conocemos el *cociente* y no lo queremos conocer). Por eso, buscamos valores de  $x$  tales que al sustituirlos en  $x^2 - 1$  den 0. O sea, buscamos las *raíces* de  $x^2 - 1$ . Son  $x = 1$  y  $x = -1$ . Si sustituimos  $x = 1$  en los dos lados de la última ecuación obtenemos la ecuación  $4 = A + B$  y si sustituimos  $x = -1$  obtenemos  $2 = -A + B$ . La solución del sistema  $A + B = 4, -A + B = 2$  es  $A = 1, B = 3$ , así que  $\text{residuo} = x + 3$ .

- |   |   |
|---|---|
| (a) $x^7 + 2x^2 + 1$ entre $x + 1$ .            | (b) $x^7 + 2x^2 + 1$ entre $x^2 - 1$ .              |
| (c) $x^7 + 2x^2 + 1$ entre $x$ .                | (d) $x^7 + 2x^2 + 1$ entre $x^2$ .                  |
| (e) $x^7 + 2x^2 + 1$ entre $x^3$ .              | (f) $x^7 + 2x^2 + 1$ entre $x^3 - x^2$ .            |
| (g)* $x^{77} + 2x^2 + 1$ entre $x^2 - 2x + 1$ . | (h) $x^{77} + 2x^2 + 1$ entre $x^{76} + 2x^2 + 1$ . |
| (i)* $x^{77} + 2x^2 + 1$ entre $x^2 + 1$ .      | (j)** $x^{77} + 2x^2 + 1$ entre $x^3 + 1$ .         |

2. Hacer las divisiones de los incisos (b), (d), (e) del problema anterior, verificando que los residuos coinciden con la respuesta que obtuviste en el problema anterior.

3. Resolver

- |  |   |
|--|---|
| (a) $(1 - 2x)^{-1} - (3x - 1)^{-1} = 4$ .  | (b) $(1 - 2x)^{-1} - (1 - 2x)^{-2} = (1 - 2x)^{-3}$ . |
| (c) $x(1 - 2x)^{-1} + (1 - 3x)^{-1} = 2$ . | (d) $x^4 = 10x^3 + x^2$ .                             |