

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES

EJEMPLOS

Sección 5.8 (continuación)

Propiedad del factor nulo

Para todos los números reales a y b , si $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$, o bien los dos a y b son iguales a 0.

Resuelva $(x + 6)(x - 1) = 0$.

$$\begin{aligned} x + 6 = 0 & \quad \text{o} \quad x - 1 = 0 \\ x = -6 & \quad \quad \quad x = 1 \end{aligned}$$

Las soluciones son -6 y 1 .

Para resolver una ecuación mediante factorización

Resuelva $3x^2 + 13x - 4 = 2x$.

1. Utilice la propiedad de la suma para quitar todos los términos de un lado de la ecuación. Esto resultará en un lado de la ecuación igual a cero.
2. Reduzca los términos semejantes de la ecuación y luego factorice.
3. Haga cada factor, *que tenga una variable*, igual a 0, resuelva las ecuaciones y determine las soluciones.
4. Compruebe las soluciones en la ecuación *original*.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 11x - 4 &= 0 \\ (3x - 1)(x + 4) &= 0 \end{aligned}$$

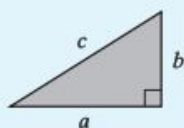
$$\begin{aligned} 3x - 1 = 0 & \quad \text{o} \quad x + 4 = 0 \\ x = \frac{1}{3} & \quad \text{o} \quad x = -4 \end{aligned}$$

Una comprobación muestra que $\frac{1}{3}$ y -4 son soluciones.

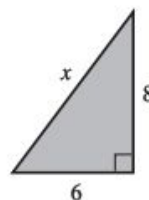
Teorema de Pitágoras

En un triángulo rectángulo, si a y b representan las longitudes de los catetos y c representa la longitud de la hipotenusa, entonces

$$\begin{aligned} \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2 &= \text{hipotenusa}^2 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \end{aligned}$$



Determine la longitud de la hipotenusa en el triángulo rectángulo siguiente.



$$\begin{aligned} \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2 &= \text{hipotenusa}^2 \\ 6^2 + 8^2 &= x^2 \\ 36 + 64 &= x^2 \\ 100 &= x^2 \\ 10 &= x \end{aligned}$$

Observación: -10 no es una respuesta posible.

Ejercicios de repaso del capítulo 5

[5.1] Determine si cada expresión es un polinomio. Si la expresión es un polinomio, **a)** proporcione el nombre especial del polinomio, si lo tiene, **b)** escriba el polinomio en orden descendente de la variable x , y **c)** indique el grado del polinomio.

1. $3x^2 + 9$

2. $5x + 4x^3 - 7$

3. $8x - x^{-1} + 6$

4. $-3 - 10x^2y + 6xy^3 + 2x^4$

Realice cada operación indicada.

5. $(x^2 - 5x + 8) + (2x + 6)$

6. $(7x^2 + 2x - 5) - (2x^2 - 9x - 1)$

7. $(2a - 3b - 2) - (-a + 5b - 9)$

8. $(4x^3 - 4x^2 - 2x) + (2x^3 + 4x^2 - 7x + 13)$

9. $(3x^2y + 6xy - 5y^2) - (4y^2 + 3xy)$

10. $(-8ab + 2b^2 - 3a) + (-b^2 + 5ab + a)$

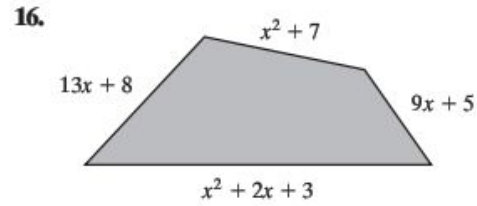
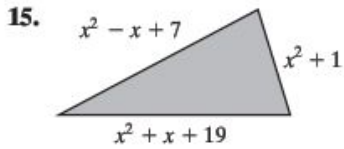
11. Sume $x^2 - 3x + 12$ con $4x^2 + 10x - 9$.

12. Reste $3a^2b - 2ab$ de $-7a^2b - ab$.

13. Determine $P(2)$, si $P(x) = 2x^2 - 3x + 19$.

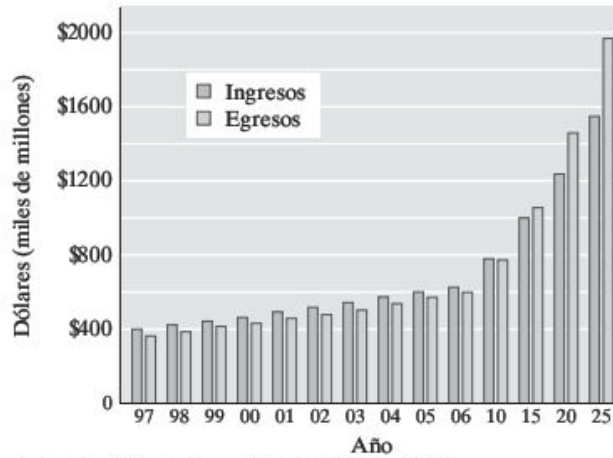
14. Determine $P(-3)$, si $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 10$.

Perímetro En los ejercicios 15 y 16, determine una expresión polinomial para calcular el perímetro de cada figura.



En los ejercicios 17 y 18 de la página 379, utilizamos la siguiente gráfica, donde se muestran los ingresos y egresos de la Administración de Seguridad Social de Estados Unidos entre 1997 y 2025.

Ingresos y egresos de seguridad social



Fuente: Administración de seguridad social de Estados Unidos.

17. Ingresos en seguridad social

La función $R(t) = 0.78t^2 + 20.28t + 385.0$, en donde t representa los años desde 1997 y $0 \leq t \leq 28$, sirve para aproximar los ingresos la seguridad social en Estados Unidos, $R(t)$, en miles de millones de dólares.

- Mediante la función proporcionada, estime los ingresos en 2010.
- Compare su respuesta en la parte a) con la gráfica. ¿La gráfica apoya su respuesta?

18. Egresos en seguridad social

La función $G(t) = 1.74t^2 + 7.32t + 383.91$, en donde t representa años desde 1997 y $0 \leq t \leq 28$, sirve para aproximar los egresos de la industria de seguridad social, $G(t)$, en miles de millones de dólares.

- Mediante la función proporcionada, estime los egresos en 2010.
- Compare su respuesta de la parte a) con la gráfica. ¿La gráfica apoya su respuesta?

[5.2] Multiplique.

19. $2x(3x^2 - 7x + 5)$

21. $(3x - 5)(2x + 9)$

23. $(x + 8y)^2$

25. $(2xy - 1)(5x + 4y)$

27. $(2a + 9b)^2$

29. $(7x + 5y)(7x - 5y)$

31. $(4xy + 6)(4xy - 6)$

33. $[(x + 3y) + 2]^2$

35. $(3x^2 + 4x - 6)(2x - 3)$

20. $-3xy^2(x^3 + xy^4 - 4y^5)$

22. $(5a + 1)(10a - 3)$

24. $(a - 11b)^2$

26. $(2pq - r)(3pq + 7r)$

28. $(4x - 3y)^2$

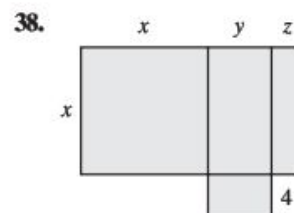
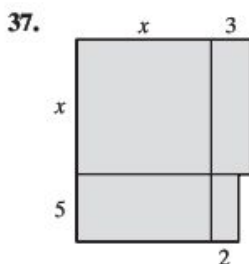
30. $(2a - 5b^2)(2a + 5b^2)$

32. $(9a^2 - 2b^2)(9a^2 + 2b^2)$

34. $[(2p - q) - 5]^2$

36. $(4x^3 + 6x - 2)(x + 3)$

Área En los ejercicios 37 y 38, determine una expresión para calcular el área total de cada figura.



Para cada par de funciones, determine a) $(f \cdot g)(x)$ y b) $(f \cdot g)(3)$.

39. $f(x) = x + 1, g(x) = x - 3$

41. $f(x) = x^2 + x - 3, g(x) = x - 2$

40. $f(x) = 2x - 4, g(x) = x^2 - 3$

42. $f(x) = x^2 - 2, g(x) = x^2 + 2$

[5.3] Divida.

43. $\frac{4x^7y^5}{20xy^3}$

45. $\frac{45pq - 25q^2 - 15q}{5q}$

47. $\frac{2x^3y^2 + 8x^2y^3 + 12xy^4}{8xy^3}$

49. $(2x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 17x + 7) \div (2x + 1)$

51. $(x^2 + x - 22) \div (x - 3)$

44. $\frac{3s^5t^8}{12s^5t^3}$

46. $\frac{7a^2 - 16a + 32}{4}$

48. $(8x^2 + 14x - 15) \div (2x + 5)$

50. $(4a^4 - 7a^2 - 5a + 4) \div (2a - 1)$

52. $(4x^3 + 12x^2 + x - 9) \div (2x + 3)$

Utilice la división sintética para obtener el cociente de cada expresión.

53. $(3x^3 - 2x^2 + 10) \div (x - 3)$

55. $(x^5 - 18) \div (x - 2)$

54. $(2y^5 - 10y^3 + y - 2) \div (y + 1)$

56. $(2x^3 + x^2 + 5x - 3) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$

Determine el residuo de cada división mediante el teorema del residuo. Si el divisor es un factor del dividendo, indíquelo.

57. $(x^2 - 4x + 13) \div (x - 3)$

59. $(3x^3 - 6) \div \left(x - \frac{1}{3}\right)$

58. $(2x^3 - 6x^2 + 3x) \div (x + 4)$

60. $(2x^4 - 6x^2 - 8) \div (x + 2)$

[5.4] En cada expresión, factorice el máximo factor común.

61. $4x^2 + 8x + 32$

63. $10a^3b^3 - 14a^2b^6$

62. $15x^5 + 6x^4 - 12x^5y^3$

64. $24xy^4z^3 + 12x^2y^3z^2 - 30x^3y^2z^3$

Factorice por agrupación.

65. $5x^2 - xy + 30xy - 6y^2$

67. $(2x - 5)(2x + 1) - (2x - 5)(x - 8)$

66. $12a^2 + 8ab + 15ab + 10b^2$

68. $7x(3x - 7) + 3(3x - 7)^2$

Área En los ejercicios 69 y 70, A representa el área de la figura. Determine una expresión en forma factorizada, para calcular la diferencia entre las áreas de las figuras geométricas.

69. $A = 13x(5x + 2)$

$A = 7(5x + 2)$

70.



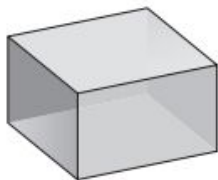
$A = 14x^2 + 18x$



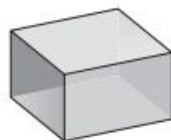
$A = 7x + 9$

Volumen En los ejercicios 71 y 72, V representa el volumen de la figura. Determine una expresión, en forma factorizada, para calcular la diferencia entre los volúmenes de las figuras geométricas.

71.

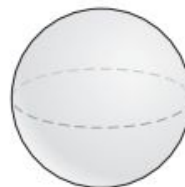


$V = 9x(17x + 3)$



$V = 7(17x + 3)$

72.



$V = 20x^2 + 25x$



$V = 8x + 10$

[5.5] Factorice cada trinomio.

73. $x^2 + 9x + 18$

75. $x^2 - 3x - 28$

77. $-x^2 + 12x + 45$

79. $2x^3 + 13x^2 + 6x$

74. $x^2 + 3x - 10$

76. $x^2 - 10x + 16$

78. $-x^2 + 13x - 12$

80. $8x^4 + 10x^3 - 25x^2$

81. $4a^5 - 9a^4 + 5a^3$

83. $x^2 - 15xy - 54y^2$

85. $x^4 + 10x^2 + 21$

87. $(x + 3)^2 + 10(x + 3) + 24$

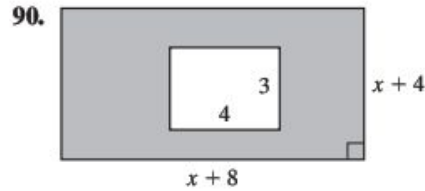
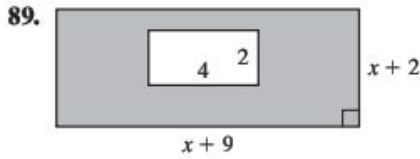
82. $12y^5 + 61y^4 + 5y^3$

84. $6p^2 - 19pq + 10q^2$

86. $x^4 + 2x^2 - 63$

88. $(x - 4)^2 - (x - 4) - 20$

Área En los ejercicios 89 y 90, determine una expresión, en forma factorizada, para calcular el área de la región sombreada en cada figura.



[5.6] Utilice una fórmula especial de factorización para factorizar las siguientes expresiones.

91. $x^2 - 36$

93. $x^4 - 81$

95. $4a^2 + 4a + 1$

97. $(x + 2)^2 - 16$

99. $p^4 + 18p^2 + 81$

101. $x^2 + 8x + 16 - y^2$

103. $16x^2 + 8xy + y^2$

105. $x^3 - 27$

107. $125x^3 - 1$

109. $y^3 - 64z^3$

111. $(x + 1)^3 - 8$

92. $x^2 - 121$

94. $x^4 - 16$

96. $16y^2 - 24y + 9$

98. $(3y - 1)^2 - 36$

100. $m^4 - 20m^2 + 100$

102. $a^2 + 6ab + 9b^2 - 36c^2$

104. $36b^2 - 60bc + 25c^2$

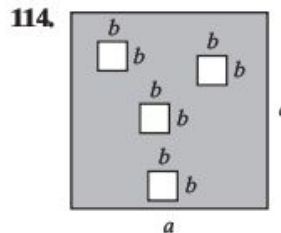
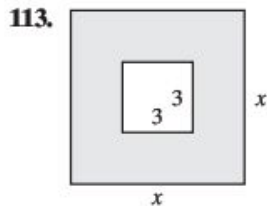
106. $y^3 + 64z^3$

108. $8a^3 + 27b^3$

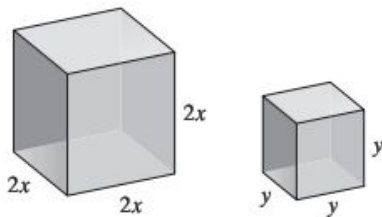
110. $(x - 2)^3 - 27$

112. $(a + 4)^3 + 1$

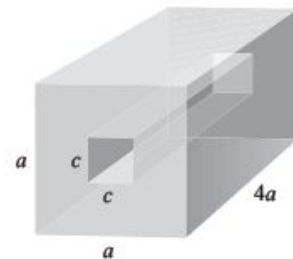
Área En los ejercicios 113 y 114, determine una expresión, en forma factorizada, para calcular el área de la región sombreada en cada figura.



115. **Volumen** Determine una expresión, en forma factorizada, para calcular la diferencia entre los volúmenes de estos dos cubos.



116. **Volumen** Determine una expresión, en forma factorizada, para calcular el volumen de la región sombreada de esta figura.



[5.4-5.7] Factorice completamente.

117. $x^2y^4 - 2xy^4 - 15y^4$

119. $3x^3y^4 + 18x^2y^4 - 6x^2y^4 - 36xy^4$

121. $4x^3y + 32y$

118. $5x^3 - 30x^2 + 40x$

120. $3y^5 - 75y$

122. $5x^4y + 20x^3y + 20x^2y$

123. $6x^3 - 21x^2 - 12x$

125. $5x^3 + 40y^3$

127. $4(2x + 3)^2 - 12(2x + 3) + 5$

129. $(x + 1)x^2 - (x + 1)x - 2(x + 1)$

131. $6p^2q^2 - 5pq - 6$

133. $16y^2 - (x^2 + 4x + 4)$

135. $6x^4y^5 + 9x^3y^5 - 27x^2y^5$

124. $x^2 + 10x + 25 - z^2$

126. $x^2(x + 6) + 3x(x + 6) - 4(x + 6)$

128. $4x^4 + 4x^2 - 3$

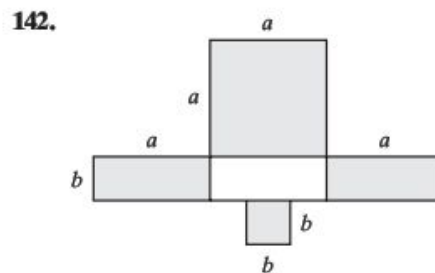
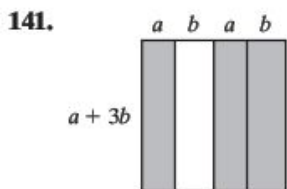
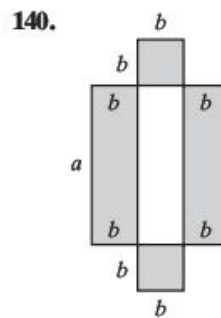
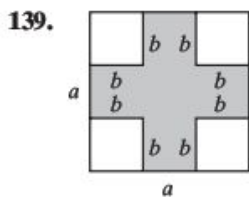
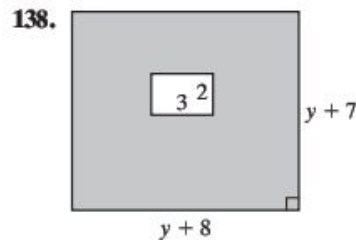
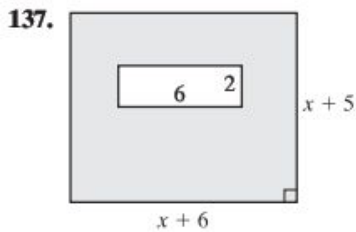
130. $9ax - 3bx + 21ay - 7by$

132. $9x^4 - 12x^2 + 4$

134. $6(2a + 3)^2 - 7(2a + 3) - 3$

136. $x^3 - \frac{8}{27}y^6$

Área En los ejercicios 137 a 142, determine una expresión, en forma factorizada, para calcular el área de la región sombreada de cada figura.



[5.8] Resuelva.

143. $(x - 2)(4x + 1) = 0$

146. $12x^2 + 16x = 0$

149. $x^2 = 8x - 7$

152. $x(x + 3) = 2(x + 4) - 2$

144. $(2x + 5)(3x + 10) = 0$

147. $x^2 + 7x + 12 = 0$

150. $c^3 - 6c^2 + 8c = 0$

153. $12d^2 = 13d + 4$

145. $4x^2 = 8x$

148. $a^2 + a - 30 = 0$

151. $5x^2 = 80$

154. $20p^2 - 6 = 7p$

Utilice factorización para determinar las intersecciones con el eje x de la gráfica de cada ecuación.

155. $y = 2x^2 - 6x - 36$

156. $y = 20x^2 - 49x + 30$

Escriba una ecuación cuya gráfica tenga las intersecciones con el eje x en los valores dados.

157. -4 y 6

158. $-\frac{5}{2}y - \frac{1}{6}$

En los ejercicios 159 a 163, responda la pregunta.

159. **Alfombra** El área de una alfombra rectangular de Fred Bank, es de 108 pies cuadrados. Determine el largo y ancho de la alfombra, si el largo es 3 pies mayor que el ancho.

160. **Anuncio triangular** La base de un anuncio triangular mide 5 pies más que el doble de la altura. Determine la base y la altura, si el área del triángulo es 26 pies cuadrados.