$$p(x) = x^2 + x + k$$

e.g. $k = 0 \Rightarrow p(x) = x^2 + x$

a) $x^2 + x = 0$ tiene sol'n (1 ó más)?

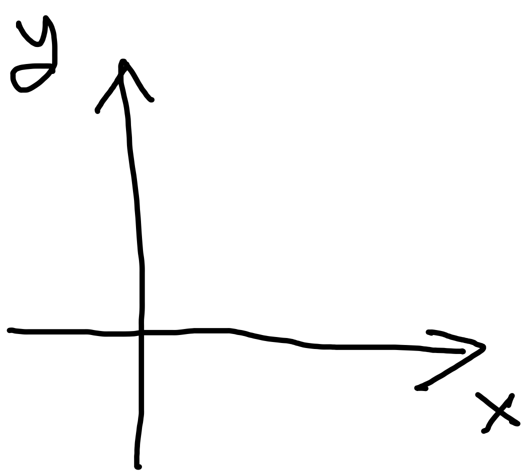
eqn

$$x(x+1) = 0 \Rightarrow \underline{x = 0}, \text{ ó } \underline{x = -1}$$

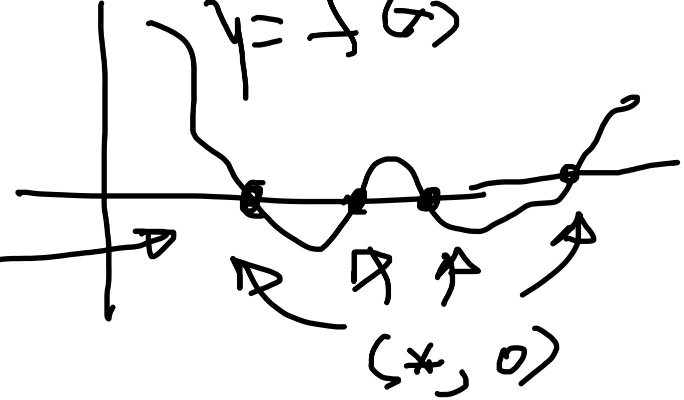
b) $y = x^2 + x$

func.
+ gráf.

$y(0) = 0^2 + 0 = 0$
$y(1) = 2$
$y(-1) = 0$
$y(2) = 6$
$y(\sqrt{2}) = 2 + \sqrt{2}$
$y(3) = 12$.



los lugares donde la gráfica "toca" el eje de x



son los ~~lugares~~ puntos en la gráfica

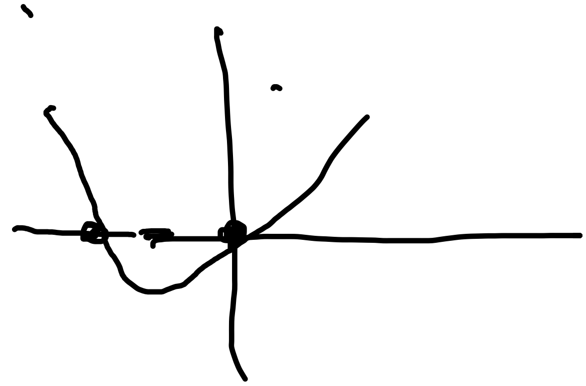
(x, y) tal que la $y = 0$

puntos de la forma $(x, 0)$ en la gráfica

$\Updownarrow$

puntos $(x, 0)$ t.q. $0 = x^2 + x$

Pero eso es justo lo que hemos hecho en a)!!



c) $x^2 + x$ tiene raíces?

Sí porque ya lo hicimos con la a), osea las raíces de $x^2 + x$

las raíces son las sol'n $x^2 + x = 0$

$\Rightarrow x = 0, -1$ son las raíces.

d) $x^2 + x$ es factrizable

$\quad\; \shortparallel$

$\quad x(x+1)$

3

Resuma: tenemos 4 caras de lo mismo:

- hay sol'n de $p(x) = 0$
- la gráfica de $y = p(x)$ toca el eje de x
- $p(x)$ tenga raíces
- sea factrizable
- $\Delta > 0$

$\cancel{ax^2 + bx + c}$

$7x^2 - 31x + 8.5 = 0$

$\Delta = \underbrace{(31)^2}_{31 \cdot 31} - \underbrace{4 \cdot 7}_{28} \cdot (8.5) > 0$

Ahora, el problema verdadero.

Encontrar los valores de k t.q

$p(x) = x^2 + x + k$ — tenga raíces — la gráfica de $y = p(x)$ toque el eje de x — $\Delta \geq 0$

a

b

c

d

(e)

$a = 1$

$b = 1$

$c = k$

$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot k$
$= 1 - 4k$

a, b, c = "coeficientes"
x = la incógnita
recordando

$p(x) = ax^2 + bx + c$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x^2 + x + k = 0$

tiene sol'n

$\Updownarrow$

$\boxed{1 - 4k \geq 0}$

$1-4k \geq 0 \quad / +4k$

$1 \geq 4k \quad / \div 4$ ← pos.!

$\frac{1}{4} \geq \frac{4k}{4} = k$

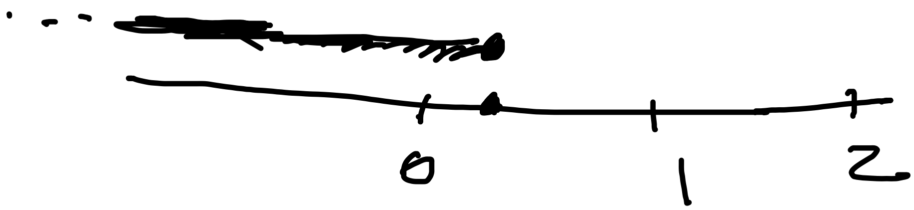
$\boxed{k \leq 1/4}$ $\quad k \in \left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$

$1-4k \geq 0 \quad / -1$

$-4k \geq -1 \quad / \div(-4)$

$\frac{\cancel{(-4)}k}{\cancel{(-4)}} \leq \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$

$k \leq \frac{1}{4}$



Ej. similar a 2+3!

$y = ax + b$

$$p(x) = \underbrace{3x^2 + 2kx + k^2}$$

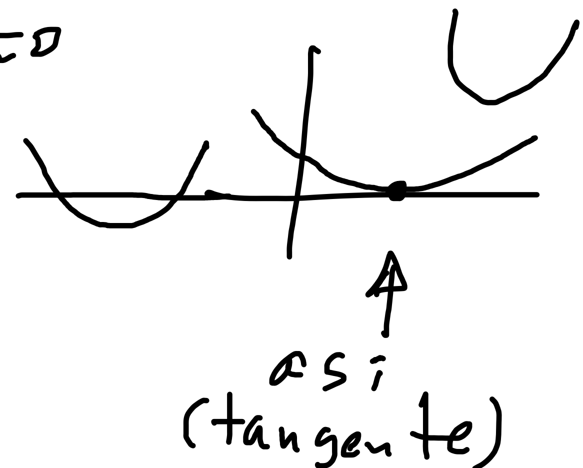
$a=3, \quad b=2k, \quad c=k^2$

b) para qué valores de k la gráfica de $y = 3x^2 + 2kx + k^2$ toca el eje de x en un solo punto

$\Delta = 0$

$\parallel$

$(2k)^2 - 4 \cdot 3 \cdot k^2 = 0$



$$\begin{cases} 3x^2+2x+1 & k=1 \\ 3x^2 & k=0 \\ 3x^2+4x+4 & k=2 \end{cases}$$

$$\boxed{(2k)^2-4\cdot 3\cdot k^2=0. \qquad k=?}$$

$\Delta = 4k^2-12k^2=0$

OJO: No perder soluciones!

$\Delta = -8k^2=0 \quad / \div(-8)$

$k^2=0$

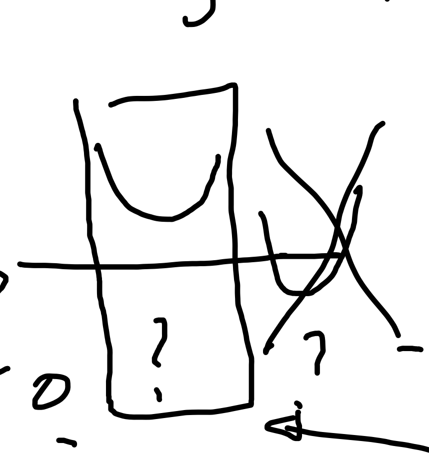
$\underline{\underline{k=0}}$

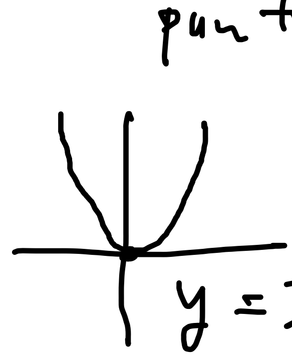
Resp: solo para $k=0$, $y=3x^2+2kx+k^2$ su gráfica toca el eje de x en 1 solo punto.

y para $k\neq 0$?

para $k>0 \Rightarrow \Delta<0$

para $k<0 \Rightarrow \Delta<0$





$\therefore\ \Delta<0$ para todo $k\neq 0$

Ej. tipo 4: ① $y=(x+2)(x-3)$

queremos 1 punto int.

$$\begin{cases} y=(x+2)(x-3) \\ y=2x+b \end{cases}$$

$\Rightarrow 2x+b=(x+2)(x-3)$

$2x+b = x^2-x-6 \quad /-2x \; -b$

$x^2-3x-\underbrace{(6+b)}=0$

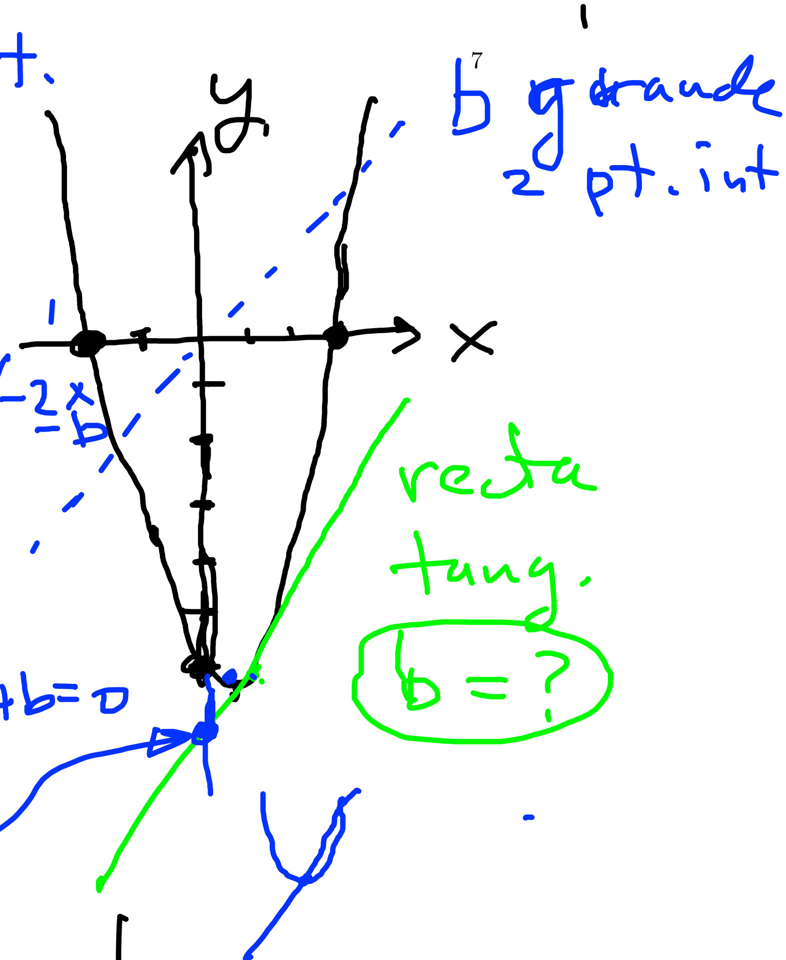
$\Delta=3^2-4\cdot[-(6+b)]=$

$=9+4(6+b)=$

$=9+24+4b=33+4b=0$

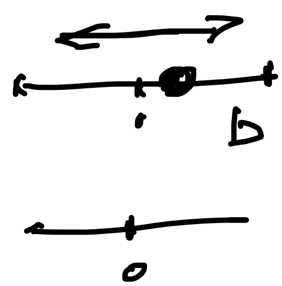
$4b=-33 \quad /\div 4$

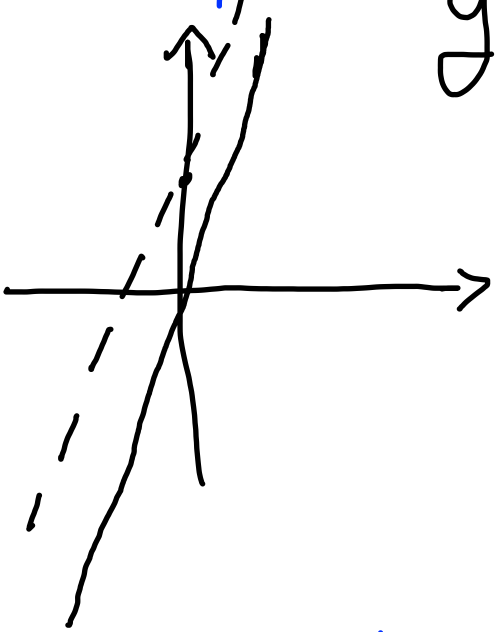
$b=-33/4=-8.25$



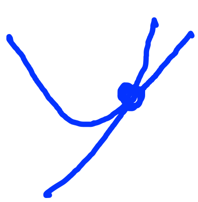
②

$y=2x+b$





b=0



$b=1$

$y=2x+1$

?

$b=0$

$y=2x$

$\boxed{\text{Geogebra}}$