

Guía para el examen final

(fecha del examen: 4 jun, 2020)

I. Exponentes y raíces

- Expresa en notación científica. Ejemplo: $234,000 = 2.3 \cdot 10^5$, $0.00234 = 2.34 \cdot 10^{-3}$.
 - 0.0000742
 - $183,000$
- Usar notación científica para simplificar. Dar la respuesta en notación decimal (sin exponentes).
 - $(25 \cdot 10^{-3})(1.2 \cdot 10^6)$
 - $\frac{24,000,000}{0.0006}$
 - $\frac{3.12 \cdot 10^6}{1.2 \cdot 10^{-2}}$
- Escribir en forma exponencial. Ejemplo: $\frac{1}{\sqrt{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}$
 - $\sqrt[3]{x^7}$
 - $\sqrt[7]{6^{-2}}$
 - $\sqrt{x^{12}}$
 - $\sqrt[20]{a^5}$
- Escribir en forma radical (sin exponentes). Ejemplo: $6^{-1/3} = \frac{1}{6^{1/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{6}}$.
 - $x^{1/7}$
 - $(8m^2n)^{7/4}$
 - $(x+y)^{-5/3}$
- Calcular, sin calculadora, dando la respuesta en notación decimal:
 - 4×10^{-5}
 - -3^2
 - $(-3)^2$
 - $\frac{4}{5}$
 - 10^{-4}
 - $\frac{4}{5} \cdot 10^{-4}$
 - $\frac{1}{0.02}$
 - $\sqrt{0.0036}$
 - $\sqrt{0.1}\sqrt{0.001}$
 - $(\sqrt[3]{2})^9$
 - $27^{\frac{1}{3}}$
 - $(\frac{1}{2})^{-2}$
 - $(\frac{27}{8})^{-\frac{2}{3}}$
 - $\frac{0.1-2}{0.5}$
 - $\log 0.01$
 - $\log \sqrt{10}$
 - $\log 10^{2020}$
 - $10^{\log 3}$
 - $10^{2 \log 3}$
 - $\log 2 + \log 5$
 - $\log 8 - \log 0.8$
 - $\frac{\log 9}{\log 3}$
- Simplificar y escribir sin exponentes negativos o fraccionales: Ejemplo: $x^{1/2}(x^{-1/2} + 2) = 1 + 2\sqrt{x}$.
 - $\left(\frac{20x^5y^{-3}}{4y^{1/2}}\right)^2$
 - $4x^{-2/3} \left(x^{1/2} + \frac{11}{4}x^{2/3}\right)$
 - $\sqrt{\frac{49}{9}}$
 - $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$
 - $\sqrt{27}\sqrt{3}$
 - $(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$
 - $(\sqrt{3} + 2)^2$
 - $x^{2/5} + x^{7/5}$
 - $a^{-1/2} + a^{3/2}$

II. Polinomios

- $(2x^2 + 2x - 12)/(x - 2)$ se simplifica a
 - $2(x - 2)$
 - $x + 3$
 - $2(x + 3)(x - 2)$
 - $x - 2$
 - $2(x + 3)$
- Factorizar
 - $4x^3 - 9x^2 + 5x$
 - $(x + 1)^2 - 9$
 - $(x + 1)^3 - 27$
 - $x^4 + 1$
- ¿Para qué valores reales de c se puede factorizar el polinomio $x^2 + cx + 1$ como un producto de polinomios lineales (de grado 1) ?

III. Ecuaciones y desigualdades

10. Encuentra todas las soluciones de cada ecuación o desigualdad.

- | | | |
|--|--|-----------------------------|
| (a) $x^2 = 2$ | (b) $x^2 = x - 1$ | (c) $x^3 = 1$ |
| (d) $x^4 = 1$ | (e) $x^2(3x + 4)^5 = 0$ | (f) $5 \log 2x = 2 \log 5x$ |
| (g) $2^{x-4} = 4^{x-3}$ | (h) $2 \log_3 x = 3 \log_2 x$ | (i) $ x < 4$ |
| (j) $ x + 1 < 4$ | (k) $3 < 4 - 5x < 6$ | (l) $x^2 > x + 1$ |
| (m) $\frac{x}{12} + \frac{1}{5} = \frac{x}{5}$ | (n) $-8 \leq \frac{2x-9}{2} \leq -7$ | (ñ) $ 3x - 4 = 5$ |
| (o) $ \frac{3-8x}{4} > \frac{1}{2}$ | (p) $x^2 + 12 = 7x$ | (q) $3x + 11\sqrt{x} = 4$ |
| (r) $3x^{-2} + 16x^{-1} = 12$ | (s) $-2(2x - 4) = 5[6(x - (7x - 8)) - 9x]$ | |

11. El valor más pequeño de x que satisface $x(x + 4) = -3$ es

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 3 (e) -3

12. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $x^2 - 7 = 0$?

- (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 7 (e) 14

13. ¿Qué valores de a, b satisfacen que $a|b + 4| > 0$?

- (a) $a > 0$ y $b \neq -4$ (b) $a > 0$ y $b \neq 4$ (c) $a < 0$ y $b \geq -4$ (d) $a < 0$ y $b \neq -4$
 (e) $a < 0$ y $b \leq -4$

14. Si $8y = 3x - 11$, entonces $x =$

- (a) $(88/3)y$ (b) $(8/3)y + 11$ (c) $(8/3)y - 11$ (d) $(8y - 11)/3$ (e) $(8y + 11)/3$

15. El conjunto de soluciones a la ecuación $-2(x + 8) = -2x + 20$ es

- (a) Solo $x = -2$ (b) Solo $x = 0$ (c) Solo $x = 20$
 (d) El conjunto vacío (no hay soluciones)
 (e) Todos los números reales.

16. Simplificar

- (a) $\frac{x^2+5x+4}{x+1}$ (b) $(\sqrt{3}x^2)^4$ (c) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$
 (e) $\frac{x^{-3}y^2}{3x^4y^{-3}}$ (f) $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

17. Si x y y satisfacen que $0 < x < 2 < y$ entonces

- (a) $x < (xy)/2 < y$ (b) $0 < xy < 2x$ (c) $x < xy < 2$ (d) $0 < xy < 2$
 (e) $xy < y$

18. $\sqrt{45} =$

- (a) 15 (b) $5\sqrt{3}$ (c) $9\sqrt{5}$ (d) $3\sqrt{5}$ (e) 3

19. Si $x + 4y = 5$ y $5x + 6y = 7$, entonces $3x + 5y =$

- (a) 12 (b) 6 (c) 4 (d) 2 (e) 1

20. Si $(a + b)^2 = 25$ y $(a - b)^2 = 45$, entonces $a^2 + b^2 =$

- (a) 35 (b) 70 (c) 625 (d) 2025 (e) 4900

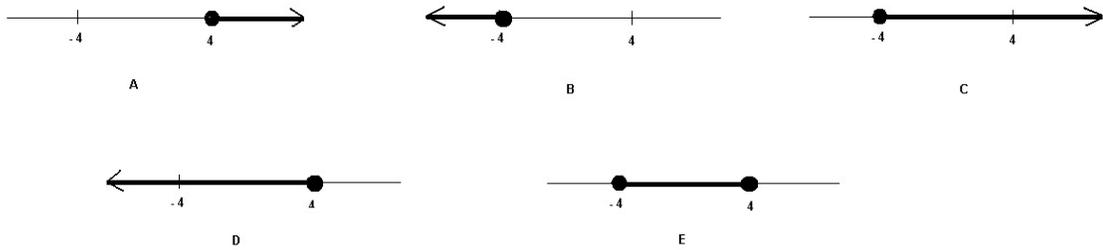
21. Si $a = 3$ entonces $2/(1/7 + 1/a) =$

- (a) 5 (b) $21/10$ (c) 20 (d) 10 (e) $21/5$
22. Si $x^3 + 2hx - 2 = 6$ para $x = -2$, entonces $h =$
- (a) 0 (b) -2 (c) -4 (d) 4 (e) 6
23. ¿Para qué valor de k las rectas dadas por las ecuaciones $2x + ky = 5$, $kx + (k+4)y = 7$ son paralelas?
- (a) -2 (b) -5 (c) -4 (d) -7 (e) -1
24. ¿Para qué valor de k el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + ky = 5 \\ kx + (k+4)y = 7 \end{cases}$$

no tiene solución?

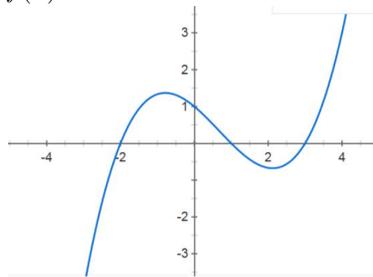
- (a) -2 (b) -5 (c) -4 (d) -7 (e) -1
25. ¿Cuál de los dibujos abajo muestra el conjunto de soluciones a la desigualdad $-3x \leq 12$?



26. ¿Cuál de las rectas abajo no es paralela a la recta $6x - 2y = 10$?
- (a) $3x - y = 7$ (b) $-6x + 2y = 20$ (c) $3x + y = 7$ (d) $6x - 2y = 5$ (e) $x - y/3 = 9$
27. Si $x = 2.0001$, ¿cuál de los siguientes tiene el valor más grande?
- (a) $2/(x+2)$ (b) $2/(x-2)$ (c) $(x+2)/2$ (d) $2/x$ (e) $x/2$
28. El producto (multiplicación) de las dos soluciones de la ecuación $2x = 3 - x^2$ es
- (a) 3 (b) 2 (c) -2 (d) 6 (e) -3
29. Despejar la x de cada ecuación
- (a) $ax + by = c$ (b) $1/x + 1/y = 1/R$ (c) $(x+y)/2 = \sqrt{xy}$

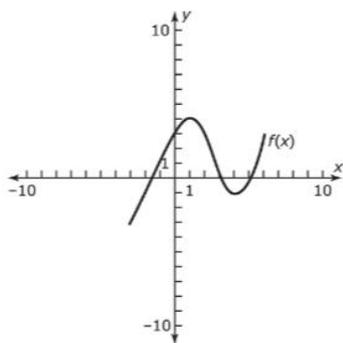
IV. Funciones y sus gráficas

30. La gráfica de una función $y = f(x)$ se ve así

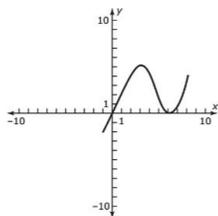


Usa la gráfica para encontrar:

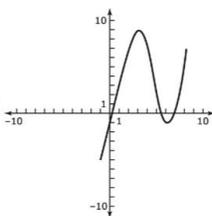
- (a) los valores (aproximados) de $f(x)$ para $x = -1, 1$
- (b) los valores de x tal que $f(x) = 0$.
- (c) los valores de x tal que $f(x) = 1$.
- (d) La gráfica de $y = f(x) - 1$.
- (e) La gráfica de $y = f(x - 1)$.
31. Encuentra los valores de b tales que la gráfica de la función $y = x^2 + bx + 1$ interseca el eje de x en
 (a) dos puntos; (b) un punto; (c) ningún punto.
32. La gráfica de una función $y = f(x)$ es la siguiente



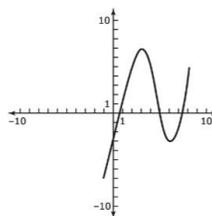
¿Cuál de las siguientes gráficas puede ser la gráfica de $y = 2f(x - 2) + 1$?



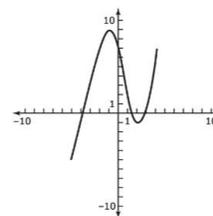
(A)



(B)

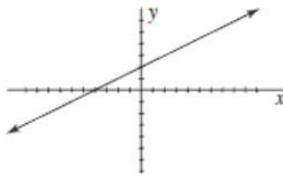


(C)

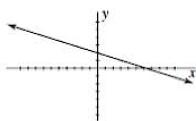


(D)

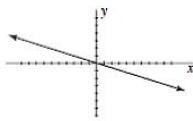
33. La gráfica siguiente es la gráfica de una función de la forma $y = ax + b$.



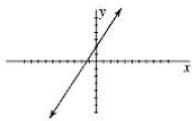
¿Cuál de las siguientes gráficas es la gráfica de la función $y = 3ax + b$?



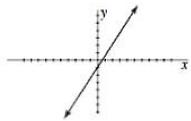
A



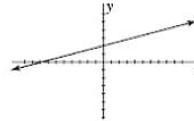
B



C

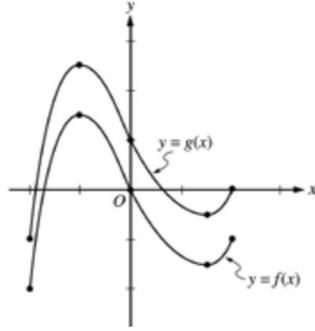


D



E

34. Las gráficas de las funciones f y g , restringidas al intervalo $-2 \leq x \leq 2$, se muestran abajo.

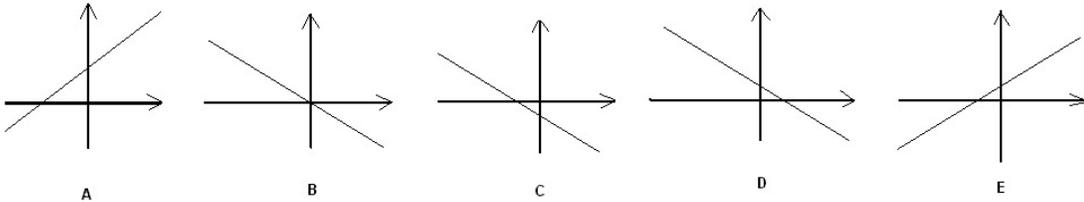


¿Cuál de las siguientes fórmulas expresa correctamente la relación entre f y g ?

- (a) $g(x) = f(x + 1)$ (b) $g(x) = f(x) + 1$ (c) $g(x) = f(x + 1) + 1$
 (d) $g(x) = f(x - 1)$ (e) $g(x) = f(x) - 1$
35. ¿Cuál de las siguientes funciones corresponde a la siguiente tabla de valores?

x	y
-20	-1/8
-10	-1/3
0	1/2
5	2/9
20	1/12

- (a) $y = 1/(x + 2)$ (b) $y = 2/(x + 4)$ (c) $y = (x - 1)/(x + 2)$
 (d) $y = 2/(x - 2)$ (e) $y = 1/(2x + 2)$
36. ¿Cuál de las siguientes gráficas podría ser la de $y = -2x + 2$?



37. La pendiente de la recta con la ecuación $4x = -3y + 8$ es

- (a) 4 (b) $-3/4$ (c) $-4/3$ (d) 2 (e) 8
38. ¿Para qué valores de c la parábola $y = x^2 + 2x + c$ tiene su vértice arriba del eje de x ?
39. ¿Para qué valor de k las rectas dadas por $2x + ky = 5/7$, $x + 2y = 7/9$, son paralelas?
40. Dibujar las gráficas de las funciones $y = x + 1$ y $y = (x + 1)^2$ en el mismo sistema de coordenadas y encontrar sus puntos de intersección (en caso que se intersectan).
41. Si graficamos las líneas $2x + 3y = 5$ y $x = -2$ en el plano de coordenadas x, y se van a intersectar en

- (a) $(-2, 0)$ (b) $(-2, 5)$ (c) $(0, 5/3)$ (d) $(0, 5)$ (e) $(-2, 3)$

V. Sucesiones

42. Determina el quinto término de una sucesión geométrica que empieza con $\frac{1}{2}, -1, \dots$
43. Determina el décimo término y la suma de los primeros 20 términos de la sucesión aritméticas que empieza con $-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$
44. Calcula la suma $215 + 217 + 219 + \dots + 2019$ (la suma de los números impares entre 215 y 2019).

VI. Miscelanea

45. En una tienda venden dos tipos de café: tipo A cuesta 50 pesos el kilo y tipo B cuesta 100 pesos el kilo. El dueño quiere preparar 20 kilos de mezcla de estos dos tipos, tal que cueste 80 pesos el kilo. ¿Cuántos kilos de tipo A y cuántos kilos de tipo B debe usar para hacer la mezcla?
46. La masa de la tierra es $\approx 5.97 \cdot 10^{24}$ kg (lo que “pesa”). La masa del sol es $\approx 1.98 \cdot 10^{30}$ kg. ¿Cuántas veces más grande es la masa del sol que la masa de la tierra?
47. El salario anual de un trabajador empieza con 30,000 pesos y aumenta por 10% cada año.
 - (a) ¿Cuánto va a ganar en el décimo año?
 - (b) ¿Cuánto es el total de dinero que gana en 20 años de trabajo?

Nota: en los últimos dos problemas se puede usar calculadora.

48. El precio de un producto subió 11% en el año 2018 y bajó 10% en el año 2019. ¿Cuánto% ha subido o bajado en total el precio en los dos años 2018-2019?

VII. Retos (opcionales)

49. Tenemos dos jaras, una con 1 litro de agua, otra con 1 litro de leche. Pasamos 1 cuchara (10 mililitros) de la jara de agua a la jara de leche, mezclamos, luego una cuchara de leche (mezcalada con poco de agua) de regreso a la jara de agua. ¿Qué hay más ahora, agua en la leche o leche en el agua?
50. Un número x satiface $x + 1/x = 3$. Encontrar $x^2 + 1/x^2$ y $x^3 + 1/x^3$.
51. La sucesión 99, 106, 110, ... se obtuvo al evaluar un polinomio cuadrático en los enteros positivos 1, 2, 3, ... ¿Cuáles son los siguientes 3 términos de la sucesión?