

Examen parcial núm. 1

19 marzo, 2020

El examen dura 2.5 hrs. Se hace en casa, sin ayuda de otras personas o internet. Se escribe sobre hojas blancas, numeradas, como la tarea. Al terminar, escanear (si tienes acceso a un escaner) o se le toma fotos con celular y se envía a gil@cimat.mx. Importante: numerar a todas las hojas, digamos 1/10, 2/10, 3/10, ... (si tienes 10 hojas).

1. Calcular, sin calculadora, dando la respuesta en notación decimal:

- (a) $(32/5) \times 10^{-4}$ (b) $0.025/0.0005$ (c) $(\sqrt{3})^6$
(d) $-(1/27)^{-1/3}$ (e) $3^{\log 3}$ (f) $(\log 81)/(\log 3)$

2. Simplificar lo más que puedes.

- (a) $(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})$ (b) $(-2^{-1/2})(-4^{-1/2})(-8^{-1/8})$
(c) $(2x + \sqrt{2x})(x - \sqrt{x})$ (d) $2^{\log(2x)}$ (con $x > 0$)

3. Encuentra el número de soluciones de cada ecuación (no es necesario encontrar las soluciones).

- (a) $5x^8 = \sqrt{5}x^2$ (b) $x^7(x+1)^8(x+2)^9 = 0$ (c) $2^{x^2-3} = 4^x$
(d) $\log x = -1/5$ (e) $\log(x^2) = -1/5$ (f) $(\log x)^2 = -1/5$

4. Encuentra el residuo de cada división, sin hacer la división.

- (a) $x^8 + 1$ entre $x + 1$ (b) $(x^8 + 1)^8$ entre $x + 1$ (c) $x^{99} - 1$ entre $x^2 - 1$

5. ¿Para qué valores de c el polinomio $x^2 - x + c$ tiene una sola raíz? ¿Ninguna raíz? ¿Dos raíces?

6. ¿Para qué valor de k las rectas $x - y = 9$ y $x + ky = 5$ son paralelas?

7. Encuentra los valores de c tal que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + cy = 1 \\ 2x + y = c \end{cases}$$

no tenga solución.

8. Una bomba vacía una alberca llena en 13 horas. Otra bomba, trabajando 12 horas, no termina de vaciar la alberca, sino quedan todavía 10 mil litros. Trabajando las dos bombas juntas, vacían la alberca en 6 horas. ¿Cuántos litros hay en la alberca llena?

9. ¿Cierto o falso?

- (a) $x^2 > x$ para todo $x > 0$. (b) $x^2 > x$ para todo $x > 1$.
(c) $x^2 < x$ para todo $x < 1$. (d) $x^2 < x$ para todo $0 < x < 1$.
(e) Toda ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tiene 2 soluciones.
(f) Toda ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ con $b^2 + 4ac > 0$ tiene 2 soluciones.
(g) Toda ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tiene a lo más 2 soluciones.
(h) Hay ecuaciones cuadráticas $ax^2 + bx + c = 0$ sin soluciones.

Opcionales: (crédito extra)

(1) Ordenar los siguientes números en orden creciente, sin usar calculadora!

$3/4, 4/7, -2/3, -7/4, -0.3, 9/7, -17/13, 113/74, \sqrt{3}, 12/11, 12/13 - 14/15, 223/142, \log 0.8$.

(2) Encuentra la suma de los primeros 123 enteros positivos impares. $S = 1 + 3 + \dots + 245$.