Tarea núm. 5

(para entregar el jueves 20 feb)

1. En cada caso, hay que: (i) decidir si el sistema de ecuaciones tiene 0,1, o infinidad de soluciones; en caso de tener una sola solución, hay que encontrarla. (ii) Dibujar las dos rectas en el plano representadas por las ecuaciones y verificar que tu respuesta de la parte (i) se refleja correctamente en el dibujo.

   (a) $\left\{\begin{array}{rcl} x+2y &=& 3 \\ -2x+2y &=& 2 \end{array}\right.$ (b) $\left\{\begin{array}{rcl} 6x-9y &=& 3 \\ -9x+12y &=& 7 \end{array}\right.$ (c) $\left\{\begin{array}{rcl} x/2-2y &=& 3 \\ -2x+8y &=& -12 \end{array}\right.$

2. En cada caso, hay que encontrar los valores de c para los cuales el sistema de ecuaciones tiene 0,1, o infinidad de soluciones. Para los valores de c tales que el sistema tiene una sola solución, hay que expresar la solución en términos de la c.

   Ejemplo:
   $$\left\{\begin{array}{rcl} x+cy &=& 1 \\ 2x+y &=& c \end{array}\right.$$
   Multiplicamos la 1era ecuación por 2 y le restamos la 2nda. Obtenemos la ecuación $(2c-1)y = 2-c$. Si $2c-1=0$, o sea $c=1/2$, la ecuación se reduce a $0=1/2$, así que para este valor de c el sistema no tiene solución. Para $c \neq 1/2$ podemos dividir entre $2c-1$ y obtenemos $y=(2-c)/(2c-1)$. Ahora multipicamos la 2nda ecuación por c y le restamos la 1era. Obtenemos $(2c-1)x = c-1$, así que $x=(c-1)/(2c-1)$. Respuesta: para $c=1/2$ el sistema no tiene solución (el par de rectas representadas por estas ecuaciones son paralelas). Para $c \neq 1/2$ el sistema tiene una sola solución, $x=(c-1)/(2c-1)$, $y=(2-c)/(2c-1)$.

   (a) $\left\{\begin{array}{rcl} x+cy &=& 3 \\ cx+2y &=& 2 \end{array}\right.$ (b) $\left\{\begin{array}{rcl} 6x-9y &=& c \\ cx+12y &=& 7 \end{array}\right.$ (c) $\left\{\begin{array}{rcl} x/2-2y &=& 3 \\ -2x+cy &=& 0 \end{array}\right.$

3. En cada caso, hay que encontrar los valores de A para los cuales la ecuación dada tiene 0, 1, o 2 soluciones.

   Ejemplo: $x^2-2Ax+1=0$. Se calcula la descriminante: $\Delta = 4A^2-4 = 4(A^2-1)$. Así que $\Delta=0$ cuando $A=\pm1$, $\Delta<0$ cuando $-1<A<1$ y $\Delta>0$ cuando $A>1$ o $A<-1$. Respuesta: la ecuación tiene una sola solución cuando $A=-1$ o 1, no tiene soluciones para A entre -1 y 1, y tiene 2 soluciones cuando $A>1$ o $A<-1$.

   (a) $Ax^2+2x+1=0$ (b) $x^2+Ax+1=0$
   (c) $x^2+2x+A=0$ (d) $(x-A)^2+2x+1=0$

4. En cada caso, hay que encontrar los valores de A para los cuales el primer polinomio divide el segundo polinomio. (El último inciso es opcional.)

   (a) $x-A,\ x^2-1$ (b) $x+A,\ x^2-5x+6$
   (c) $x-1,\ x^{77}+2x^2+A$ (d) $x+A,\ x^4+x^3-x^2$
   (e) $x-A,\ x^3+x^2+Ax$ (f) * $x^2-A^2,\ x^3+2x^2+Ax$