

CONJUNTO DE EJERCICIOS 5.2



Ejercicios de concepto/redacción

1. a) Explique cómo multiplicar dos binomios utilizando el método PIES.
b) Construya dos binomios y multiplíquelos utilizando el método PIES.
c) Multiplique los mismos dos binomios utilizando el orden SIEP (segundos, internos, externos, primeros).
d) Compare los resultados de las partes b) y c). Si son diferentes, explique por qué.
2. a) Explique cómo multiplicar un monomio por un polinomio.
b) Multiplique $3x(4x^2 - 6x - 7)$ mediante su procedimiento de la parte a).
3. a) Explique cómo multiplicar un polinomio por un polinomio.
b) Utilizando su procedimiento de la parte a), multiplique $4 + x$ por $x^2 - 6x + 3$.
4. a) Explique cómo desarrollar $(2x - 3)^2$ mediante la fórmula para el cuadrado de un binomio.
b) Mediante su procedimiento de la parte a), desarrolle $(2x - 3)^2$.
5. a) ¿Qué se entiende por el producto de la suma y la diferencia de los mismos dos términos (producto de binomios conjugados)?
b) Proporcione un ejemplo de un problema que sea producto de la suma y diferencia de los mismos dos términos (binomios conjugados).
c) ¿Cómo se multiplica el producto de la suma y la diferencia de los mismos dos términos (binomios conjugados)?
d) Multiplique el ejemplo que dio en la parte b) mediante el procedimiento de la parte c).
6. ¿El producto de dos binomios siempre da por resultado un a) binomio? b) trinomio? Explique.
7. ¿El producto de dos polinomios de primer grado siempre será un polinomio de segundo grado?
8. a) Dadas $f(x)$ y $g(x)$, explique cómo determinaría $(f \cdot g)(x)$.
b) Si $f(x) = x - 8$ y $g(x) = x + 8$, determine $(f \cdot g)(x)$.

Práctica de habilidades

Multiplique.

9. $(4xy)(6xy^4)$
11. $\left(\frac{5}{9}x^2y^5\right)\left(\frac{1}{5}x^5y^3z^2\right)$
13. $-3x^2y(-2x^4y^2 + 5xy^3 + 4)$
15. $\frac{2}{3}yz(3x + 4y - 12y^2)$
17. $0.3(2x^2 - 5x + 11y)$
19. $0.3a^5b^4(9.5a^6b - 4.6a^4b^3 + 1.2ab^5)$
10. $(-2xy^4)(9x^4y^6)$
12. $2y^3(3y^2 + 2y - 8)$
14. $3x^4(2xy^2 + 5x^7 - 9y)$
16. $\frac{1}{2}x^2y(4x^5y^2 + 3x - 7y^2)$
18. $0.8(0.2a + 0.9b - 1.3c)$
20. $4.6m^2n(1.3m^4n^2 - 2.6m^3n^3 + 5.9n^4)$

Multiplique los binomios siguientes.

21. $(4x - 6)(3x - 5)$
23. $(4 - x)(3 + 2x^2)$
25. $\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)\left(2x - \frac{1}{3}y\right)$
27. $(0.3a + 0.5b)(0.3a - 0.5b)$
22. $(2x - 1)(7x + 5)$
24. $(5x + y)(6x - y)$
26. $\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}b\right)\left(\frac{1}{2}a - b\right)$
28. $(4.6r - 5.8s)(0.2r - 2.3s)$

Multiplique los polinomios siguientes.

29. $(x^2 + 3x + 1)(x - 4)$
31. $(a - 3b)(2a^2 - ab + 2b^2)$
33. $(x^3 - x^2 + 3x + 7)(x + 1)$
35. $(5x^3 + 4x^2 - 6x + 2)(x + 5)$
37. $(3m^2 - 2m + 4)(m^2 - 3m - 5)$
39. $(2x - 1)^3$
41. $(5r^2 - rs + 2s^2)(2r^2 - s^2)$
30. $(x + 3)(2x^2 - x - 8)$
32. $(7p - 3)(-2p^2 - 4p + 1)$
34. $(2x - 1)(x^3 + 3x^2 - 5x + 6)$
36. $(a^3 - 2a^2 + 5a - 6)(2a^2 - 5a - 3)$
38. $(2a^2 - 6a + 3)(3a^2 - 5a - 2)$
40. $(3x + y)^3$
42. $(4x^2 - 5xy + y^2)(x^2 - 2y^2)$

Multiplique mediante la fórmula para el cuadrado de un binomio o bien utilizando la del producto de la suma y diferencia de los mismos dos términos (producto de binomios conjugados).

43. $(x + 2)(x + 2)$
45. $(2x - 7)(2x - 7)$
47. $(4x - 3y)^2$
44. $(y - 5)(y - 5)$
46. $(3z + 4)(3z + 4)$
48. $(2a + 5b)^2$

49. $(5m^2 + 2n)(5m^2 - 2n)$

51. $[y + (4 - 2x)]^2$

53. $[5x + (2y + 1)]^2$

55. $[a + (b + 4)][a - (b + 4)]$

Multiplique.

57. $2xy(x^2 + xy + 12y^2)$

59. $\frac{1}{2}xy^2(4x^2 + 3xy - 7y^4)$

61. $-\frac{3}{5}xy^3z^2(-xy^2z^5 - 5xy + \frac{1}{9}xz^7)$

63. $(3a + 4)(7a - 6)$

65. $(8x + \frac{1}{5})(8x - \frac{1}{5})$

67. $(x - \frac{1}{2}y)^3$

69. $(x + 3)(2x^2 + 4x - 3)$

71. $(2p - 3q)(3p^2 + 4pq - 2q^2)$

73. $[(3x + 2) + y][(3x + 2) - y]$

75. $(a + b)(a - b)(a^2 - b^2)$

77. $(x - 4)(6 + x)(2x - 8)$

Para las funciones dadas, determine a) $(f \cdot g)(x)$ y b) $(f \cdot g)(4)$.

79. $f(x) = x - 5, g(x) = x + 6$

81. $f(x) = 2x^2 + 6x - 4, g(x) = 5x + 3$

83. $f(x) = -x^2 + 3x, g(x) = x^2 + 2$

50. $(5p^2 + 6q^2)(5p^2 - 6q^2)$

52. $[(a + b) + 9]^2$

54. $[4 - (p - 3q)]^2$

56. $[2x + (y + 5)][2x - (y + 5)]$

58. $3a^2b^2(\frac{1}{3}ab - \frac{1}{9}b^6)$

60. $-\frac{3}{5}x^2y(-\frac{2}{3}xy^4 + \frac{1}{9}xy^2 + 4)$

62. $\frac{2}{3}x^2y^4(\frac{3}{5}xy^3 - \frac{1}{8}x^4y + 2xy^3z^5)$

64. $(5p - 9q)(4p - 11q)$

66. $(5a - \frac{1}{7})(5a + \frac{1}{7})$

68. $(\frac{1}{2}m - n)^3$

70. $(5a + 4)(a^2 - a + 3)$

72. $(2m + n)(3m^2 - mn + 2n^2)$

74. $[a + (3b + 5)][a - (3b + 5)]$

76. $(2a + 3)(2a - 3)(4a^2 + 9)$

78. $(3x - 5)(5 - 2x)(3x + 8)$

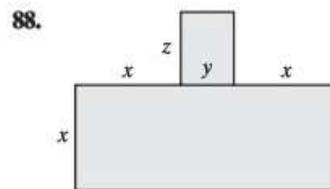
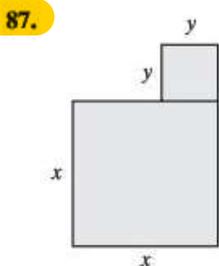
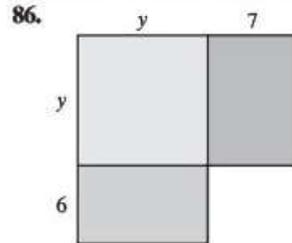
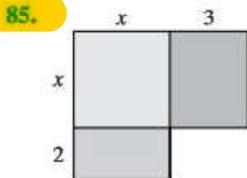
80. $f(x) = 2x - 3, g(x) = x - 1$

82. $f(x) = 4x^2 + 7, g(x) = 2 - x$

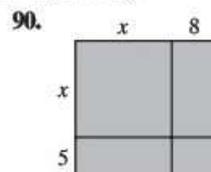
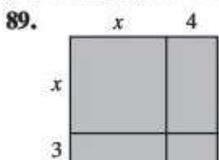
84. $f(x) = -x^2 + 2x + 7, g(x) = x^2 - 1$

Resolución de problemas

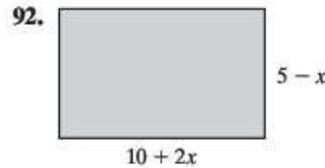
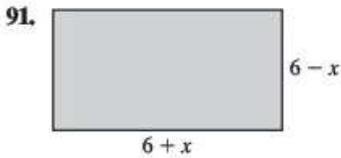
Área En los ejercicios 85 a 88, determine una expresión polinomial para calcular el área total de cada figura.



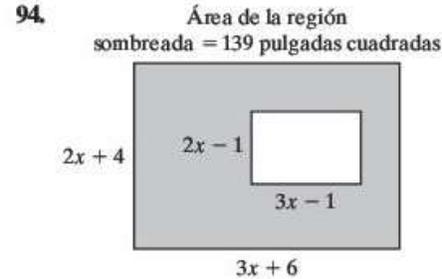
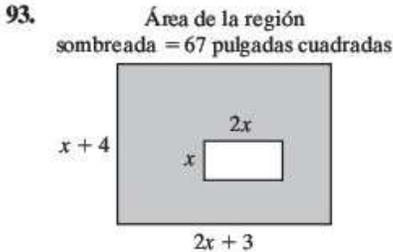
Área En los ejercicios 89 y 90, a) determine el área del rectángulo estableciendo el área de las cuatro secciones y sumando los resultados, y b) multiplique los dos lados y compare el producto con su respuesta a la parte a).



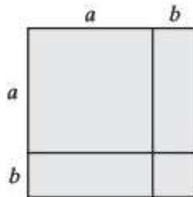
Área Escriba una expresión polinomial para calcular el área de cada figura. Todos los ángulos son rectos.



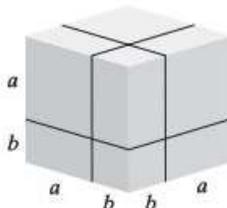
Área En los ejercicios 93 y 94, **a)** escriba una expresión polinomial para calcular el área de la parte sombreada de la figura. **b)** El área de la parte sombreada se indica arriba de cada figura. Determine el área de los rectángulos pequeño y grande.



95. Escriba dos binomios cuyo producto sea $x^2 - 49$. Explique cómo determinó su respuesta.
96. Escriba dos binomios cuyo producto sea $4x^2 - 9$. Explique cómo determinó su respuesta.
97. Escriba dos binomios cuyo producto sea $x^2 + 12x + 36$. Explique cómo determinó su respuesta.
98. Escriba dos binomios cuyo producto sea $16y^2 - 8y + 1$. Explique cómo determinó su respuesta.
99. Considere la expresión $a(x - n)^3$. Escriba esta expresión como un producto de factores.
100. Considere la expresión $P(1 - r)^4$. Escriba esta expresión como producto de factores.
101. **Área** La expresión $(a + b)^2$ puede representarse con la siguiente figura.



- a) Explique por qué esta figura representa $(a + b)^2$.
- b) Con ayuda de la figura, determine $(a + b)^2$ estableciendo el área de cada una de sus cuatro partes, y luego súmndolas.
- c) Simplifique $(a + b)^2$ multiplicando $(a + b)(a + b)$.
- d) Compare las respuestas de las partes b) y c), ¿cómo son? Si no son iguales, explique por qué.
102. **Volumen** La expresión $(a + b)^3$ puede representarse con la siguiente figura.



- a) Explique por qué esta figura representa $(a + b)^3$.
- b) Determine $(a + b)^3$ sumando el volumen de cada una de las ocho partes de la figura.
- c) Simplifique $(a + b)^3$ multiplicando.
- d) Compare las respuestas de las partes b) y c), ¿cómo son? Si no son iguales, explique por qué.

103. **Interés compuesto** La fórmula para calcular el interés compuesto es

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^m$$

donde A es el monto, P es el capital invertido, r es la tasa de interés anual, n es el número de veces que el interés se paga cada año y t es el tiempo en años.

- a) Simplifique esta fórmula para $n = 1$.
- b) Determine el valor de A , si $P = \$1000$, $n = 1$, $r = 6\%$ y $t = 2$ años.
104. **Interés compuesto** Utilice la fórmula dada en el ejercicio 103 para determinar A , si $P = \$4000$, $n = 2$, $r = 8\%$ y $t = 2$ años.
105. **Formación** El número en que un maestro puede otorgar premios diferentes a 2 estudiantes en un grupo que tiene n estudiantes, está dado por la fórmula $P(n) = n(n - 1)$.
- a) Utilice esta fórmula para determinar el número de maneras en que un maestro puede otorgar premios diferentes a 2 estudiantes en un grupo que tiene 11 estudiantes.
- b) Reescriba la fórmula multiplicando los factores.
- c) Utilice el resultado de la parte b) para determinar el número de maneras en que un maestro puede otorgar premios diferentes a dos estudiantes en un grupo con 11 estudiantes.
- d) ¿Los resultados de las partes a) y b) son iguales?
106. **Carrera de caballos** El número de maneras en que pueden terminar caballos en primero, segundo y tercer lugar, en una carrera en donde participan n caballos, está dado por la fórmula

$$P(n) = n(n - 1)(n - 2)$$

- a) Utilice esta fórmula para determinar el número de maneras en que los caballos pueden quedar en primero, segundo y tercer lugar, en una carrera en la que participaron 7 caballos.

- b) Reescriba la fórmula multiplicando los factores.
- c) Utilice el resultado de la parte b) para determinar el número de maneras en que los caballos pueden terminar en primero, segundo y tercero, en una carrera de 7 caballos.
- d) ¿Los resultados de las partes a) y b) son iguales? Explique.



107. Si $f(x) = x^2 - 3x + 5$, determine $f(a + b)$ sustituyendo cada x de la función por $(a + b)$.
108. Si $f(x) = 2x^2 - x + 3$, determine $f(a + b)$.

En los ejercicios 109 a 114, simplifique. Suponga que todas las variables representan números naturales.

109. $3x^t(5x^{2t-1} + 6x^{3t})$
110. $5k^{r+2}(4k^{r+2} - 3k^r - k)$
111. $(6x^m - 5)(2x^{2m} - 3)$
112. $(x^{3n} - y^{2n})(x^{2n} + 2y^{4n})$
113. $(y^{a-b})^{a+b}$
114. $(a^{m+n})^{m+n}$

En los ejercicios 115 y 116, realice la multiplicación polinomial.

115. $(x - 3y)^4$
116. $(2a - 4b)^4$
117. a) Explique cómo puede verificarse por medio de una calculadora graficadora una multiplicación en una variable, tal como $(x^2 + 2x + 3)(x + 2) = x^3 + 4x^2 + 7x + 6$.
b) Compruebe la multiplicación indicada en la parte a) con ayuda de su calculadora graficadora.
118. a) Con ayuda de su calculadora graficadora, muestre que la multiplicación $(x^2 - 4x - 5)(x - 1) \neq x^3 + 6x^2 - 5x + 5$.
b) Multiplique $(x^2 - 4x - 5)(x - 1)$.
c) Compruebe en su calculadora graficadora la respuesta que dio en la parte b).

Retos

Multiplique.

119. $[(y + 1) - (x + 2)]^2$

120. $[(a - 2) - (a + 1)]^2$

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.3] 121. Evalúe $\frac{4}{5} - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)$.

[1.5] 122. Simplifique $\left(\frac{2r^4s^5}{r^2}\right)^3$.

[2.5] 123. Resuelva la desigualdad $-12 < 3x - 5 \leq -1$, e indique la solución en notación de intervalo.

[3.2] 124. Si $g(x) = -x^2 + 2x + 3$, determine $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

5.3 División de polinomios y división sintética

- 1 Dividir un polinomio entre un monomio.
- 2 Dividir un polinomio entre un binomio.
- 3 Dividir polinomios mediante la división sintética.
- 4 Utilizar el teorema del residuo.

1 Dividir un polinomio entre un monomio

En la división de polinomios, la división entre 0 no está permitida. Cuando se nos da un problema de división con una variable en el denominador, *siempre supondremos que el denominador es diferente de 0*.

Para dividir un polinomio entre un monomio, partimos del hecho de que

$$\frac{A + B}{C} = \frac{A}{C} + \frac{B}{C}$$

Si el polinomio tiene más de dos términos, ampliamos este procedimiento.