CONJUNTO DE EJERCICIOS 7.7

MathXL® MyMathLab

1. a) ¿A qué es igual i?
   b) ¿A qué es igual i^2?
2. Escriba $\sqrt{-n}$ mediante i.
3. ¿Todos los siguientes son números complejos? Si algunos no lo son, explique por qué.
   a) 9 b) $-\frac{1}{2}$ c) $4-\sqrt{-2}$
   d) $7-3i$ e) $4.2i$ f) $11+\sqrt{3}$
4. ¿A qué es igual i^4?
5. ¿Todos los números reales y todos los números imaginarios son números complejos?
6. ¿Todos los números complejos son números reales?
7. ¿Cuál es el conjugado de $a+bi$?
8. a) ¿Es $i \cdot i$ un número real? Explique.
   b) ¿Es $i \cdot i \cdot i$ un número real? Explique.
9. Liste, si es posible, un número que *no* sea
   a) un número racional.
   b) un número irracional.
   c) un número real.
   d) un número imaginario.
   e) un número complejo.
10. Escriba un párrafo o dos explicando la relación entre los números reales, los números imaginarios y los números complejos. Incluya cómo se relacionan entre sí los distintos conjuntos de números.

Práctica de habilidades

Escriba cada expresión como un número complejo en la forma $a+bi$.

11. 7
12. $3i$
13. $\sqrt{25}$
14. $\sqrt{-100}$
15. $21-\sqrt{-36}$
16. $\sqrt{3}+\sqrt{-3}$
17. $\sqrt{-24}$
18. $\sqrt{49}-\sqrt{-49}$
19. $8-\sqrt{-12}$
20. $\sqrt{-9}+\sqrt{-81}$
21. $3+\sqrt{-98}$
22. $\sqrt{-9}+7i$
23. $12-\sqrt{-25}$
24. $10+\sqrt{-32}$
25. $7i-\sqrt{-45}$
26. $\sqrt{144}+\sqrt{-96}$

Sume o reste.

27. $(19-i)+(2+9i)$
28. $(22+i)-5(11-3i)+4$
29. $(8-3i)+(-8+3i)$
30. $(7-\sqrt{-4})-(-1-\sqrt{-16})$
31. $(1+\sqrt{-1})+(-18-\sqrt{-169})$
32. $(16-i\sqrt{3})+(17-\sqrt{-3})$
33. $(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(3\sqrt{2}-\sqrt{-8})$
34. $(8-\sqrt{2})-(5+\sqrt{-15})$
35. $(5-\sqrt{-72})+(6+\sqrt{-8})$
36. $(29+\sqrt{-75})+(\sqrt{-147})$
37. $(\sqrt{4}-\sqrt{-45})+(-\sqrt{25}+\sqrt{-5})$
38. $(\sqrt{20}-\sqrt{-12})+(2\sqrt{5}+\sqrt{-75})$

Multiplique.

39. $2(3-i)$
40. $-7(5+3i\sqrt{5})$
41. $i(4+9i)$
42. $3i(6-i)$
43. $\sqrt{-9}(6+11i)$
44. $\frac{1}{2}i\left(\frac{1}{3}-18i\right)$
45. $\sqrt{-16}(\sqrt{3}-7i)$
46. $-\sqrt{-24}(\sqrt{6}-\sqrt{-3})$
47. $\sqrt{-27}(\sqrt{3}-\sqrt{-3})$
48. $\sqrt{-32}(\sqrt{2}+\sqrt{-8})$
49. $(3+2i)(1+i)$
50. $(6-2i)(3+i)$
51. $(10-3i)(10+3i)$
52. $(-4+3i)(2-5i)$
53. $(7+\sqrt{-2})(5-\sqrt{-8})$
54. $(\sqrt{4}-3i)(4+\sqrt{-4})$
55. $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}i\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}i\right)$
56. $\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}i\right)\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{5}i\right)$

Divida.

57. $\frac{8}{3i}$
58. $\frac{5}{4i}$
59. $\frac{2+3i}{2i}$
60. $\frac{7-3i}{2i}$
61. $\frac{6}{2-i}$
62. $\frac{9}{5+i}$
63. $\frac{3}{1-2i}$
64. $\frac{13}{-3-4i}$
65. $\frac{6-3i}{4+2i}$
66. $\frac{4-3i}{4+3i}$
67. $\frac{4}{6-\sqrt{-4}}$
68. $\frac{2}{3+\sqrt{-5}}$
69. $\frac{\sqrt{2}}{5+\sqrt{-12}}$
70. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{-9}}$
71. $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{-3}}{5-\sqrt{-20}}$
72. $\frac{12-\sqrt{-12}}{\sqrt{3}+\sqrt{-5}}$
73. $\frac{\sqrt{-75}}{\sqrt{-3}}$
74. $\frac{\sqrt{-30}}{\sqrt{-2}}$
75. $\frac{\sqrt{-32}}{\sqrt{-18}\sqrt{8}}$
76. $\frac{\sqrt{-40}\sqrt{-20}}{\sqrt{-4}}$

Realice las operaciones indicadas. Estos ejercicios son una combinación de los que se presentaron antes en esta sección.

77. $(9 - 2i) + (3 - 5i)$

78. $\left(\frac{1}{2} + 2i\right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3}i\right)$

79. $(\sqrt{50} - \sqrt{2}) - (\sqrt{-12} - \sqrt{-48})$

80. $(8 - \sqrt{-6}) - (2 - \sqrt{-24})$

81. $5.2(4 - 3.2i)$

82. $\sqrt{-6}(\sqrt{3} - \sqrt{-10})$

83. $(9 + 2i)(3 - 5i)$

84. $(\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{6} - \sqrt{-8})$

85. $\dfrac{11 + 4i}{2i}$

86. $\dfrac{1}{4 + 3i}$

87. $\dfrac{6}{\sqrt{3} - \sqrt{-4}}$

88. $\dfrac{5 - 2i}{3 + 2i}$

89. $\left(11 - \frac{5}{9}i\right) - \left(4 - \frac{3}{5}i\right)$

90. $\frac{8}{7}\left(4 - \frac{2}{5}i\right)$

91. $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}i\right)\left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4}i\right)$

92. $\sqrt{\frac{4}{9}}\left(\sqrt{\frac{25}{36}} - \sqrt{-\frac{4}{25}}\right)$

93. $\dfrac{\sqrt{-48}}{\sqrt{-12}}$

94. $\dfrac{-6 - 2i}{2 + \sqrt{-5}}$

95. $(5.23 - 6.41i) - (9.56 + 4.5i)$

96. $(\sqrt{-6} + 3)(\sqrt{-15} + 5)$

Indique si el valor de cada número imaginario es -1, $-i$ o 1.

97. i^6 **98.** i^{63} **99.** i^{160} **100.** i^{231}

101. i^{93} **102.** i^{103} **103.** i^{811} **104.** i^{1213}

Resolución de problemas

105. Considere el número complejo $2 + 3i$.

a) Determine su inverso aditivo.

b) Determine su inverso multiplicativo. Escriba la respuesta en forma simplificada.

106. Considere el número complejo $4 - 5i$.

a) Determine su inverso aditivo.

b) Determine su inverso multiplicativo. Escriba la respuesta en forma simplificada.

En los ejercicios 107 a 110, responda verdadero o falso. Apoye su respuesta con un ejemplo.

107. El producto de dos números imaginarios puros siempre es un número real.

108. La suma de dos números imaginarios puros siempre es un número imaginario puro.

109. El producto de dos números complejos siempre es un número real.

110. La suma de dos números complejos siempre es un número complejo.

111. ¿Qué valores de n hacen que i^n sea un número real? Explique.

112. ¿Qué valores de n hacen que i^{2n} sea un número real? Explique.

113. Si $f(x) = x^2$, determine $f(2i)$.

114. Si $f(x) = x^2$, determine $f(4i)$.

115. Si $f(x) = x^4 - 2x$, determine $f(2i)$.

116. Si $f(x) = x^3 - 4x^2$, determine $f(5i)$.

117. Si $f(x) = x^2 + 2x$, determine $f(3 + i)$.

118. Si $f(x) = \dfrac{x^2}{x - 2}$, determine $f(4 - i)$.

Evalúe cada expresión para el valor dado de x.

119. $x^2 - 2x + 5, x = 1 + 2i$

120. $x^2 - 2x + 5, x = 1 - 2i$

121. $x^2 + 2x + 7, x = -1 + i\sqrt{5}$

122. $x^2 + 2x + 9, x = -1 - i\sqrt{5}$

En los ejercicios 123 a 126, determine si el valor dado de x es solución de la ecuación.

123. $x^2 - 4x + 5 = 0, x = 2 - i$

124. $x^2 - 4x + 5 = 0, x = 2 + i$

125. $x^2 - 6x + 11 = 0, x = -3 + i\sqrt{3}$

126. $x^2 - 6x + 15 = 0, x = 3 - i\sqrt{3}$

127. **Impedancia** Determine la impedancia, Z, mediante la fórmula $Z = \dfrac{V}{I}$ cuando $V = 1.8 + 0.5i$ e $I = 0.6i$. Vea el ejemplo 7.

128. **Impedancia** Consulte el ejercicio 127. Determine la impedancia cuando $V = 2.4 - 0.6i$ e $I = -0.4i$.

129. Impedancia En determinadas condiciones, la impedancia total, Z_T, de un circuito se determina mediante la fórmula

$$Z_T = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Determine Z_T cuando $Z_1 = 2 - i$ y $Z_2 = 4 + i$

130. Impedancia Consulte el ejercicio 129. Determine Z_T, cuando $Z_1 = 3 - i$ y $Z_2 = 5 + i$.

131. Determine si i^{-1} es igual a $i, -1, -i$ o 1.

132. Determine si i^{-5} es igual a $i, -1, -i$ o 1.

En el capítulo 8 utilizaremos la fórmula cuadrática $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ *para resolver ecuaciones con la forma* $ax^2 + bx + c = 0$.

(a) *Utilice la fórmula cuadrática para resolver las ecuaciones cuadráticas siguientes.* ***(b)*** *Compruebe cada una de las soluciones sustituyendo los valores encontrados para x (uno a la vez) en la ecuación original. En estos ejercicios, el símbolo ± (se lee "más menos") da como resultado dos respuestas complejas distintas.*

133. $x^2 - 2x + 6 = 0$

134. $x^2 - 4x + 6 = 0$

Dados los números complejos $a = 5 + 2i\sqrt{3}$, $b = 1 + i\sqrt{3}$, *evalúe cada expresión.*

135. $a + b$

136. $a - b$

137. ab

138. $\dfrac{a}{b}$

Ejercicios de repaso acumulativo

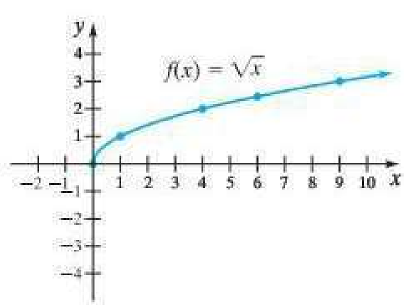
[4.3] **139. Mezcla** Berreda Coughlin, un abarrotero, tiene dos tipos de café en su almacén; uno lo vende a $5.50 por libra y el otro en $6.30. ¿Cuántas libras de cada tipo debe mezclar para producir 40 libras de café para vender a $6.00 por libra?

[5.3] **140.** Divida $\dfrac{8c^2 + 6c - 35}{4c + 9}$.

[6.2] **141.** Sume $\dfrac{b}{a - b} + \dfrac{a + b}{b}$.

[6.4] **142.** Resuelva $\dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{x - 1}{2}$.

Resumen del capítulo 7

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS
Sección 7.1	
Una **expresión radical** tiene la forma $\sqrt[n]{x}$, donde n es el índice y x es el radicando.	En la expresión radical $\sqrt[3]{x}$, 3 es el índice y x es el radicando.
La **raíz cuadrada principal** de un número positivo a, escrita $\sqrt{a}$, es el número positivo b tal que $b^2 = a$.	$\sqrt{81} = 9$, ya que $9^2 = 81$ $\sqrt{0.36} = 0.6$ ya que $(0.6)^2 = 0.36$
La **función raíz cuadrada** es $f(x) = \sqrt{x}$. Su dominio es $[0, \infty)$ y su rango es $[0, \infty)$.	
La **raíz cúbica** de un número a, escrita $\sqrt[3]{a}$, es el número b tal que $b^3 = a$.	$\sqrt[3]{27} = 3$ ya que $3^3 = 27$ $\sqrt[3]{-125} = -5$ ya que $(-5)^3 = -125$