

a) $4x^3 - 9x^2 + 5x$ b) $(x + 1)^2 - 9$ c) $(x + 1)^3 - 27$ d)* $x^4 + 1$

2.9 ¿Para qué valores reales de c se puede factorizar el polinomio $x^2 + cx + 1$ como un producto de polinomios lineales (de grado 1)?

2.10 ¿Para qué valor de c el polinomio $x + 2$ divide el polinomio $x^3 + cx^2 + x + 1$?

2.11 ¿Cuántas raíces (reales) tiene cada uno de los siguientes polinomios

a) $2x^2 + 3x + 4$ b) x^{100} c) $x^4 - 4$

d) $x^7(x^2 + 1)^8(x^2 - 1)^9$

e) $ax^2 + bx + c$, con $a > 0, c < 0$.

3. ECUACIONES Y DESIGUALDADES

3.12 Encuentra todas las soluciones de cada ecuación o desigualdad.

a) $x^2 = 2$ b) $x^2 = x - 1$ c) $x^3 = 1$

d) $x^4 = 1$ e) $x^2(3x + 4)^5 = 0$ f) $5 \log 2x = 2 \log 5x$

g) $2^{x-4} = 4^{x-3}$ h) $2 \log_3 x = 3 \log_2 x$ i) $|x| < 4$

j) $|x + 1| < 4$ k) $3 < 4 - 5x < 6$ l) $x^2 > x + 1$

m) $\frac{x}{12} + \frac{1}{5} = \frac{x}{5}$ n) $-8 \leq \frac{2x - 9}{2} \leq -7$ o) $|3x - 4| = 5$

p) $|\frac{3 - 8x}{4}| > \frac{1}{2}$ q) $x^2 + 12 = 7x$ r)* $3x + 11\sqrt{x} = 4$

s) $3x^{-2} + 16x^{-1} = 12$ t) $-2(2x - 4) = 5[6(x - (7x - 8)) - 9x]$

3.13 El valor más pequeño de x que satisface $x(x + 4) = -3$ es

a) -1 b) 0 c) 1 d) 3 e) -3

3.14 ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $x^2 - 7 = 0$?

a) 1 b) 2 c) 4 d) 7 e) 14

3.15* ¿Qué valores de a, b satisfacen que $a|b + 4| > 0$?

a) $a > 0$ y $b \neq -4$ b) $a > 0$ y $b \neq 4$ c) $a < 0$ y $b \geq -4$ d) $a < 0$ y $b \neq -4$

e) $a < 0$ y $b \leq -4$

3.16 Si $8y = 3x - 11$, entonces $x =$

a) $(88/3)y$ b) $(8/3)y + 11$ c) $(8/3)y - 11$ d) $(8y - 11)/3$ e) $(8y + 11)/3$

3.17 El conjunto de soluciones a la ecuación $-2(x + 8) = -2x + 20$ es

a) Solo $x = -2$ b) Solo $x = 0$ c) Solo $x = 20$

d) El conjunto vacío (no hay soluciones)

e) Todos los números reales.

3.18 Simplificar

a) $\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1}$ b) $(\sqrt{3}x^2)^4$ c) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

e) $\frac{x^{-3}y^2}{3x^4y^{-3}}$ f) $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

3.19* Si x y y satisfacen que $0 < x < 2 < y$ entonces

a) $x < (xy)/2 < y$ b) $0 < xy < 2x$ c) $x < xy < 2$ d) $0 < xy < 2$

e) $xy < y$

3.20 $\sqrt{45} =$

a) 15 b) $5\sqrt{3}$ c) $9\sqrt{5}$ d) $3\sqrt{5}$ e) 3

3.21 Si $x + 4y = 5$ y $5x + 6y = 7$, entonces $3x + 5y =$

a) 12 b) 6 c) 4 d) 2 e) 1

3.22 Si $(a + b)^2 = 25$ y $(a - b)^2 = 45$, entonces $a^2 + b^2 =$

a) 35 b) 70 c) 625 d) 2025 e) 4900

3.23 Si $a = 3$ entonces $2/(1/7 + 1/a) =$

a) 5 b) $21/10$ c) 20 d) 10 e) $21/5$

3.24* Si $x^3 + 2hx - 2 = 6$ para $x = -2$, entonces $h =$

a) 0 b) -2 c) -4 d) 4 e) 6

3.25 ¿Para qué valor de k las rectas dadas por las ecuaciones $2x + ky = 5$, $kx + (k + 4)y = 7$ son paralelas?

a) -2 b) -5 c) -4 d) -7 e) -1

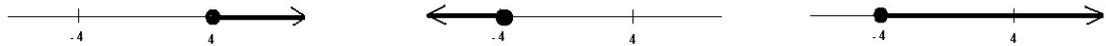
3.26 ¿Para qué valor de k el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + ky = 5 \\ kx + (k + 4)y = 7 \end{cases}$$

no tiene solución?

a) -2 b) -5 c) -4 d) -7 e) -1

3.27 ¿Cuál de los dibujos abajo muestra el conjunto de soluciones a la desigualdad $-3x \leq 12$?



3.28 ¿Cuál de las rectas abajo no es paralela a la recta $6x - 2y = 10$?

a) $3x - y = 7$ b) $-6x + 2y =$ c) $3x + y = 7$ d) $6x - 2y = 5$ e) $x - y/3 = 9$

20

3.29* Si $x = 2.0001$, ¿cuál de los siguientes tiene el valor más grande?

a) $2/(x + 2)$ b) $2/(x - 2)$ c) $(x + 2)/2$ d) $2/x$ e) $x/2$

3.30* El producto (multiplicación) de las dos soluciones de la ecuación $2x = 3 - x^2$ es

a) 3 b) 2 c) -2 d) 6 e) -3

3.31 Despejar la x de cada ecuación

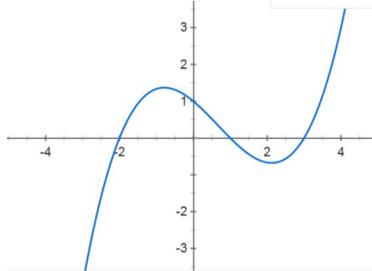
a) $ax + by = c$

b) $1/x + 1/y = 1/R$

c) $(x + y)/2 = \sqrt{xy}$

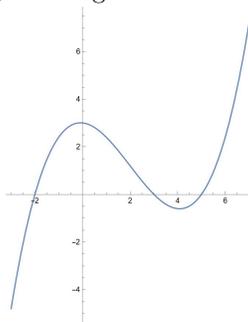
4. FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

4.32 La gráfica de una función $y = f(x)$ se ve así

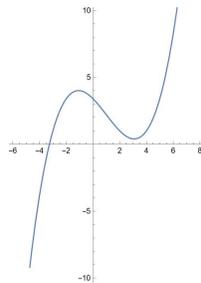


Usa la gráfica para encontrar:

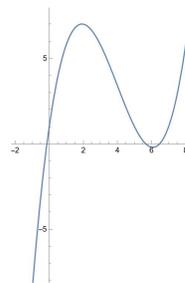
- los valores (aproximados) de $f(x)$ para $x = -1, 1$
 - los valores de x tal que $f(x) = 0$.
 - los valores de x tal que $f(x) = 1$.
 - La gráfica de $y = f(x) - 1$.
 - La gráfica de $y = f(x - 1)$.
- 4.33 Encuentra los valores de b tales que la gráfica de la función $y = x^2 + bx + 1$ interseca el eje de x en (a) dos puntos; (b) un punto; (c) ningún punto.
- 4.34 La gráfica de una función $y = f(x)$ es la siguiente



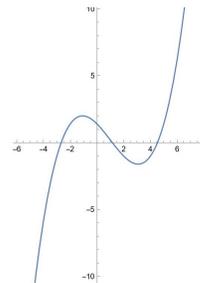
¿Cuál de las siguientes gráficas puede ser la gráfica de $y = 2f(x - 2) + 1$?



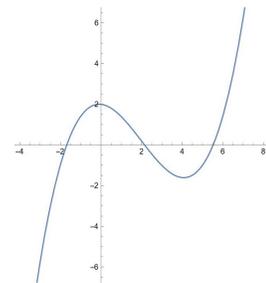
A



B

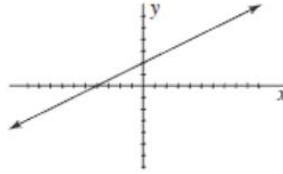


C

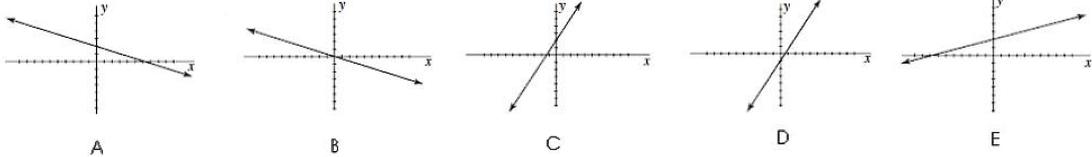


D

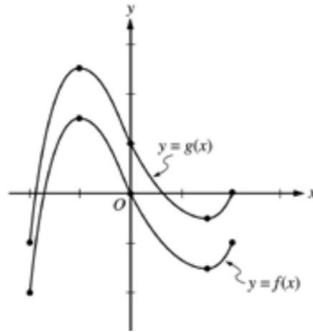
4.35* La gráfica siguiente es la gráfica de una función de la forma $y = ax + b$.



¿Cuál de las siguientes gráficas es la gráfica de la función $y = 3ax + b$?



4.36 Las gráficas de las funciones f y g , restringidas al intervalo $-2 \leq x \leq 2$, se muestran abajo.



¿Cuál de las siguientes fórmulas expresa correctamente la relación entre f y g ?

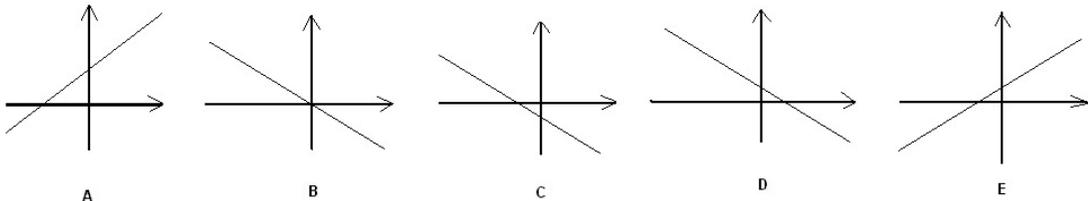
- a) $g(x) = f(x + 1)$ b) $g(x) = f(x) + 1$ c) $g(x) = f(x + 1) + 1$
 d) $g(x) = f(x - 1)$ e) $g(x) = f(x) - 1$

4.37 ¿Cuál de las siguientes funciones corresponde a la siguiente tabla de valores?

x	y
-20	-1/8
-10	-1/3
0	1/2
5	2/9
20	1/12

- a) $y = 1/(x + 2)$ b) $y = 2/(x + 4)$ c) $y = (x - 1)/(x + 2)$
 d) $y = 2/(x - 2)$ e) $y = 1/(2x + 2)$

4.38 ¿Cuál de las siguientes gráficas podría ser la de $y = -2x + 2$?



- 4.39* La pendiente de la recta con la ecuación $4x = -3y + 8$ es
- a) 4 b) $-3/4$ c) $-4/3$ d) 2 e) 8
- 4.40 ¿Para qué valores de c la parábola $y = x^2 + 2x + c$ tiene su vértice arriba del eje de x ?
- 4.41 ¿Para qué valor de k las rectas dadas por $2x + ky = 5/7$, $x + 2y = 7/9$, son paralelas?
- 4.42 Dibujar las gráficas de las funciones $y = x + 1$ y $y = (x + 1)^2$ en el mismo sistema de coordenadas y encontrar sus puntos de intersección (en caso que se intersectan).
- 4.43 Si graficamos las líneas $2x + 3y = 5$ y $x = -2$ en el plano de coordenadas x, y se van a intersectar en
- a) $(-2, 0)$ b) $(-2, 5)$ c) $(0, 5/3)$ d) $(0, 5)$ e) $(-2, 3)$

5. SUCESIONES

- 5.44 Determina el quinto término de una sucesión geométrica que empieza con $\frac{1}{2}, -1, \dots$
- 5.45 Determina el décimo término y la suma de los primeros 20 términos de la sucesión aritméticas que empieza con $-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$
- 5.46 Calcula la suma $215 + 217 + 219 + \dots + 2019$ (la suma de los números impares entre 215 y 2019).

6. NÚMEROS COMPLEJOS

- 6.47 Calcula (sin calculadora) los siguientes números complejos. Dar la respuesta en la forma $a + ib$.

Ejemplo: $\frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

- a) $(1-i)^3$ b) $\frac{2+3i}{3+5i}$ c) $e^{i101\pi}$
- d) $i(2i-1)$ e) $(i+1)(i+2)(i+3)$. f) $0.1i + 0.2 + 0.3i$.
- g) $(1+i)^{2023}$

(Sugerencia: convertir $1+i$ en forma polar.)

h)* $1 + 2i + 4i^2 + 8i^3 + \dots + 1024i^{10}$.

(Sugerencia: es la suma de una progresión geométrica, $1 + x + x^2 + \dots + x^{10}$, con $x = 2i$.)

- 6.48 Se sabe que $\cos \alpha = 0.3$.
- a) Encuentra los valores posibles de $\sin \alpha$. (Hay dos tales valores.)
- b) Marca en el plano las posibilidades para $e^{i\alpha}$.
- c) Encuentra los valores de $\cos(2\alpha)$, $\sin(2\alpha)$, $\cos(3\alpha)$ y $\sin(3\alpha)$. (Sugerencia: usa la fórmula de Euler, $e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$. Toma el cuadrado y el cubo de ambos lados de la fórmula.)
- d) Usa una calculadora para encontrar todos los valores posibles de α , en grados y radianes. (Sugerencia: hay una infinidad de esos valores. En el rango $0 < \alpha < 2\pi$ (en radianes) hay son valores posibles.)

7. MISCELANEA

- 7.49 En una tienda venden dos tipos de café: tipo A cuesta 50 pesos el kilo y tipo B cuesta 100 pesos el kilo. El dueño quiere preparar 20 kilos de mezcla de estos dos tipos, tal que cueste 80 pesos el kilo. ¿Cuántos kilos de tipo A y cuántos kilos de tipo B debe usar para hacer la mezcla?
- 7.50 La masa de la tierra es $\approx 5.97 \cdot 10^{24}$ kg (lo que “pesa”). La masa del sol es $\approx 1.98 \cdot 10^{30}$ kg. ¿Cuántas veces más grande es la masa del sol que la masa de la tierra?
- 7.51 El salario anual de un trabajador empieza con 30,000 pesos y aumenta por 10% cada año.
- ¿Cuánto va a ganar en el décimo año?
 - ¿Cuánto es el total de dinero que gana en 20 años de trabajo?

Nota: en los últimos dos problemas se puede usar calculadora.

- 7.52 El precio de un producto subió 11% en un año y bajó 10% el año siguiente. ¿Cuánto % ha subido o bajado en total el precio en estos dos años?

8. RETOS (OPCIONALES)

- 8.53 Tenemos dos jaras, una con 1 litro de agua, otra con 1 litro de leche. Pasamos 1 cuchara (10 mililitros) de la jara de agua a la jara de leche, mezclamos, luego una cuchara de leche (mezclada con poco de agua) de regreso a la jara de agua. ¿Qué hay más ahora, agua en la leche o leche en el agua?
- 8.54 Un número x satisface $x + 1/x = 3$. Encontrar $x^2 + 1/x^2$ y $x^3 + 1/x^3$.
- 8.55 La sucesión 99, 106, 110, ... se obtuvo al evaluar un polinomio cuadrático $p(x)$ en los enteros positivos sucesivos $x = 11, 12, 13, \dots$. ¿Cuáles son los siguientes 3 términos de la sucesión?