

Tarea núm. 7 – problemas adicionales

(para entregar el martes 28 mar)

1. En cada caso, hay que: (i) decidir si el sistema de ecuaciones tiene 0,1, o infinidad de soluciones; en caso de tener una sola solución, hay que encontrarla. (ii) Dibujar las dos rectas en el plano representadas por las ecuaciones y verificar que tu respuesta de la parte (i) se refleja correctamente en el dibujo.

a) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x - 9y = 3 \\ -9x + 12y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x/2 - 2y = 3 \\ -2x + 8y = -12 \end{cases}$

2. En cada inciso, encuentra un polinomio $p(x)$ con las propiedades indicadas, si existe. Si no existe, explica porqué.

Nota. En unos incisos puede haber más que una respuesta. Elige una.

Ejemplo. Lineal (de grado 1), $p(1) = 2$, $p(2) = 1$.

Solución. Un polinomio lineal es de la forma $p(x) = ax + b$. Luego, $p(1) = a + b = 2$, $p(2) = 2a + b = 1$. Obtenemos un sistema de dos ecuaciones

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

Tiene la solución $a = -1$, $b = 3$. Así que $p(x) = -x + 3$.

- a) Lineal, $p(0) = 1$, $p(5) = 1/5$.
- b) Cuadrático (de grado 2), $p(1) = p(2) = 1$, $p(3) = 2$.
- c) Cuadrático, $p(1) = p(2) = 1$, con una sola raíz.
- d) Cuadrático, no factorizable, $p(0) = -2$.
- e) Cuadrático, factorizable, sin raíces.
- f) De grado 4, factorizable, sin raíces.
- g) Cúbico (de grado 3), con 1 sola raíz.
- h) De grado 100, con 3 raíces solamente.